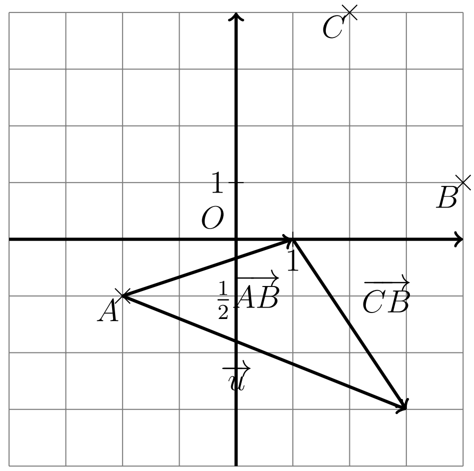
LYCÉE ALFRED KASTLER **1S**
2017–2018

Devoir surveillé n°2 – mathématiques
Correction

Exercice 1

1. Voici la figure :



2. On déterminer déjà les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:
$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$ $\overrightarrow{AB}(4-(-2); 1-(-1))$ $\overrightarrow{AB}(6;2)$ et de même $\overrightarrow{AC}(4;5)$.
Alors $\overrightarrow{AD}\left(\frac{3}{4}\times 6 + \frac{1}{4}\times 4; \frac{3}{4}\times 2 + \frac{1}{4}\times 5\right)$, soit $\overrightarrow{AD}\left(\frac{19}{4}; \frac{11}{4}\right)$.
Or $\overrightarrow{AD}(x_D+2; y_D+1)$, donc $x_D + 2 = \frac{22}{4}$ et $y_D + 1 = \frac{11}{4}$.
Par conséquent $x_D = \frac{22}{4} - 2 = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$ et $y_D = \frac{11}{4} - 1 = \frac{7}{4}$. Ainsi $D\left(\frac{7}{2}; \frac{7}{4}\right)$.

3. On a $\overrightarrow{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.
On construit la somme géométriquement. Voir la figure.

4. On a :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{u} &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} \\
&= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) && \text{(Chasles)} \\
&= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{AC} \\
&= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \\
&= \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}
\end{aligned}$$

5. (a) dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$, compte tenu des égalités :

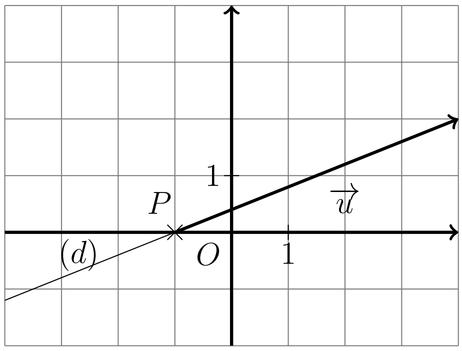
$$\overrightarrow{u} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$$

On déduit directement que les coordonnées sont $\overrightarrow{u}\left(\frac{3}{2}; -1\right)$ et $\overrightarrow{AD}\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

(b) Pour savoir si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires, on applique la formule :
$x'y - xy' = \frac{3}{4} \times (-1) - \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = -\frac{3}{4} - \frac{3}{8} = \frac{-9}{8} \neq 0.$
Alors $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AD}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice 2

1. D'après l'équation de la droite (d), on obtient comme vecteur directeur le vecteur $\overrightarrow{u}(5;2)$.
2. Pour $y = 0$, on résout : $2x - 5y + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -1$. Ainsi on obtient le point $P(-1;0)$ sur (d). Ensuite on utilise le vecteur directeur $\overrightarrow{u}$:



3. Puisque $(d_1)//(d)$, l'équation de (d_1) est de la forme $2x - 5y + c = 0$.
Or $A \in (d_1)$, donc $2 \times 5 - 5 \times 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$. Ainsi l'équation de (d_1) est $2x - 5y = 0$.
4. On remplace dans l'équation de (d) : $2 \times (-6) - 5 \times (-2) + 2 = -12 + 10 + 2 = 0$.
Donc $B \in (d)$.
5. Pour déterminer une équation de la droite (AB), on détermine d'abord les coordonnées de son vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$: $\overrightarrow{AB}(-11;-4)$. Alors l'équation de (AB) est de la forme $-4x+11y+c = 0$. Or $A \in (AB)$, donc : $-3 \times 5 + 11 \times 2 + c = 0 \Leftrightarrow 7 + c = 0 \Leftrightarrow c = -7$.
Ainsi, (AB) a pour équation $-3x + 11y - 7 = 0$.