

Devoir surveillé n°6 – mathématiques
10/04/2018**Exercice 1 (8 points)**

Soit g la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

1. Calculer $g'(x)$.
2. (a) Vérifier que, pour tout réel x de I , $g(x) = x - 1 + \frac{1}{x - 1}$
(b) Calculer $g'(x)$ en utilisant cette dernière expression et retrouver le résultat précédent.
3. Étudier le signe de $g'(x)$ et en déduire les variations de g sur $]1; +\infty[$.
4. En déduire les valeurs des extrema de la fonction g sur $]1; +\infty[$, en précisant en quelle valeur ils sont atteints.

Exercice 2 (7 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 4x - 2$.

On note \mathcal{P} sa représentation graphique dans un repère.

1. Calculer la dérivée f' de f .
2. Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f .
3. Soit a un réel quelconque. On désigne par A le point d'abscisse a de \mathcal{P} .
 - (a) Montrer qu'une équation de la tangente à \mathcal{P} en A est : $y = (4 - 2a)x + a^2 - 2$.
 - (b) Déterminer le nombre de tangentes à \mathcal{P} passant par le point $I \left(\frac{3}{2}; 4 \right)$.
Donner alors une équation de chacune de ces tangentes.

Exercice 3 (5 points)

Une roue de loterie s'arrête de façon équiprobable sur un numéro entre 1 et 5 et permet les gains suivants (en euros) :

Numéro	1	2	3	4	5
Gain	0	0	2	2	12

1. Soit X la variable aléatoire égale au gain d'un joueur.
 - (a) Déterminer la loi de probabilité de X .
 - (b) Calculer son espérance et sa variance.
2. Pour faire une partie, un joueur doit miser 2€.
On appelle Y la variable aléatoire qui donne le gain du joueur en prenant en compte sa mise.
 - (a) Déterminer une relation entre Y et X .
 - (b) En déduire $E(Y)$.