

Devoir maison n°1 – mathématiques  
Donné le 04/10/2018 – à rendre le 11/10/2018

**Exercice 1**

Maud possède 20 € dans sa réserve au 1<sup>er</sup> juin 2018.

À partir de cette date, chaque mois elle dépense un quart du contenu de sa réserve puis y place 20 € supplémentaires.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  la somme d’argent contenue dans la réserve de Maud à la fin du  $n$ -ième mois. On a  $u_0 = 20$ .

1. (a) Montrer Maud possède 35 € à la fin du 1<sup>er</sup> mois.  
 (b) Calculer  $u_2$ .  
 (c) Justifier que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,75u_n + 20$ .
2. On considère l’algorithme suivant :

```

U ← 20
N ← 0
Tant que U < 70 Faire
    | U ← 0,75 × U + 20
    | N ← N + 1
Fin Tant que
Afficher N
    
```

- (a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous qui retrace les différentes étapes de l’exécution de l’algorithme. On ajoutera autant de colonnes que nécessaire à la place de celle laissée en pointillés. Arrondir les résultats au centième.

Valeur de $U$	20		
Valeur de $N$	0		
Condition $U < 70$	vrai		vrai      faux

- (b) Quelle valeur est affichée à la fin de l’exécution de cet algorithme ?  
Interpréter cette valeur dans le contexte de l’exercice.
3. Pour tout entier  $n$ , on pose  $v_n = u_n - 80$ .
  - (a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,75.
  - (b) Préciser son premier terme  $v_0$ .
  - (c) En déduire que, pour tout entier  $n$ ,  $u_n = 80 - 60 \times 0,75^n$ .
  - (d) Déterminer, au centime près, le contenu de la réserve au 1<sup>er</sup> juin 2019.
  - (e) Déterminer la limite de la suite  $(v_n)$ .
  - (f) En déduire la limite de  $(u_n)$  et interpréter le résultat dans le contexte de l’exercice.