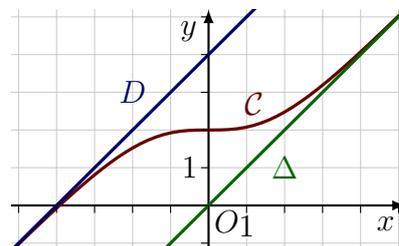


Devoir maison n°3 – mathématiques  
Donné le 18/12/2018 – à rendre le 08/01/2019

**Exercice 1**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x + \frac{4}{1 + e^x}$ .  
On a tracé ci-contre la courbe  $\mathcal{C}$  représentant la fonction  $f$  et les droites  $\Delta$  et  $D$  d'équations respectives :  $y = x$  et  $y = x + 4$ .

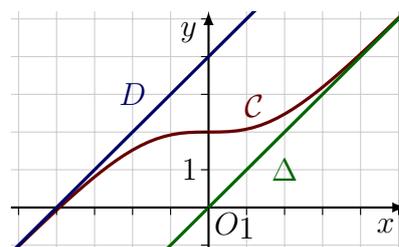


1. Conjecturer les positions relatives de la courbe  $\mathcal{C}$  avec les droites  $\Delta$  et  $D$ .
2. (a) Étudier le signe de  $f(x) - x$  sur  $\mathbb{R}$ .  
(b) En déduire la position relative  $\mathcal{C}$  avec la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x$ .
3. (a) Démontrer que pour tout réel  $x$ , on a :  $f(x) - (x + 4) = \frac{-4e^x}{1 + e^x}$ .  
(b) En déduire la position relative de  $\mathcal{C}$  avec la droite  $D$  d'équation  $y = x + 4$ .
4. (a) Justifier que la dérivée de  $f$  a pour expression :  $f'(x) = \frac{(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$ .  
(b) En déduire le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .  
(c) Justifier que la courbe  $\mathcal{C}$  admet une tangente horizontale.

Devoir maison n°3 – mathématiques  
Donné le 18/12/2018 – à rendre le 08/01/2019

**Exercice 1**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x + \frac{4}{1 + e^x}$ .  
On a tracé ci-contre la courbe  $\mathcal{C}$  représentant la fonction  $f$  et les droites  $\Delta$  et  $D$  d'équations respectives :  $y = x$  et  $y = x + 4$ .



1. Conjecturer les positions relatives de la courbe  $\mathcal{C}$  avec les droites  $\Delta$  et  $D$ .
2. (a) Étudier le signe de  $f(x) - x$  sur  $\mathbb{R}$ .  
(b) En déduire la position relative  $\mathcal{C}$  avec la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x$ .
3. (a) Démontrer que pour tout réel  $x$ , on a :  $f(x) - (x + 4) = \frac{-4e^x}{1 + e^x}$ .  
(b) En déduire la position relative de  $\mathcal{C}$  avec la droite  $D$  d'équation  $y = x + 4$ .
4. (a) Justifier que la dérivée de  $f$  a pour expression :  $f'(x) = \frac{(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$ .  
(b) En déduire le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .  
(c) Justifier que la courbe  $\mathcal{C}$  admet une tangente horizontale.