

Devoir surveillé n°1 – mathématiques
04/10/2018**Exercice 1 (18 points)**

On considère la suite géométrique (u_n) , de raison 0,9 et de premier terme $u_0 = 50$.

1. (a) Recopier et compléter l'algorithme ci-contre afin qu'il calcule et affiche le 25^e terme de cette suite, c'est-à-dire u_{24} .
- (b) Pour tout entier naturel n , exprimer u_n en fonction de n .
- (c) Calculer u_{24} et donner une valeur approchée du résultat à 10^{-3} près.

Variables :	N est un entier naturel U est un nombre réel
Initialisation :	U prend la valeur ...
Traitement :	Pour N allant de 1 à 24 U prend la valeur ... Fin Pour
Sortie :	Afficher U

2. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n < 0,01$.
3. On souhaite calculer la somme $S_{24} = u_0 + u_1 + \dots + u_{24}$.

Voici trois propositions d'algorithmes :

Variables : N est un entier naturel S est un nombre réel Initialisation : S prend la valeur 0 Traitement : Pour N allant de 0 à 24 S prend la valeur $S + 50 \times 0,9^N$ Fin Pour Sortie : Afficher S
--

Algorithme 1

Variables : N est un entier naturel S est un nombre réel Initialisation : S prend la valeur 0 Traitement : Pour N allant de 0 à 24 S prend la valeur $50 \times 0,9^N$ Fin Pour Sortie : Afficher S
--

Algorithme 2

Variables : N est un entier naturel S est un nombre réel Initialisation : S prend la valeur 50 Traitement : Pour N allant de 0 à 24 S prend la valeur $S + 50 \times 0,9^N$ Fin Pour Sortie : Afficher S

Algorithme 3

- (a) Un seul de ces algorithmes permet de calculer la somme S_{24} et de l'afficher. Préciser lequel en justifiant la réponse.
- (b) Calculer la somme S_{24} .
On donnera une valeur approchée du résultat à l'unité près.
4. Pour tout entier naturel n , on note $S_n = u_0 + \dots + u_n$.
On admet que la suite (S_n) est croissante et que pour tout entier naturel n ,
 $S_n = 500 - 450 \times 0,9^n$.
 - (a) Déterminer la limite de la suite (S_n) lorsque n tend vers $+\infty$.
 - (b) Alex affirme que S_n peut dépasser 500 pour une valeur de l'entier n suffisamment grande. Que pensez-vous de son affirmation ? Justifier la réponse.

Exercice 2 (2 points)

Le 31 décembre 2015 une forêt comportait 1 500 arbres. Les exploitants de cette forêt prévoient que chaque année, 5% des arbres seront coupés et 50 arbres seront plantés. On modélise le nombre d'arbres de cette forêt par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n , u_n est le nombre d'arbres au 31 décembre de l'année $(2015 + n)$. Ainsi $u_0 = 1\,500$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Justifier que pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,95 \times u_n + 50$.