

Devoir surveillé n°2 – mathématiques
08/11/2018**Exercice 1 (3 points – Questions de cours)**

Soit u et v deux fonctions dérivables. On suppose que $\frac{u}{v}$ est définie (et dérivable).

1. Donner la formule de cours de la dérivée $(uv)'$
2. Donner la formule de cours de la dérivée $\left(\frac{u}{v}\right)'$.
3. Quel est le signe de l'expression $ax^2 + bx + c$ lorsque le discriminant Δ est négatif?

Exercice 2 (2 points)

Étudier le signe de l'expression $\frac{5}{3} - 2x$ sur \mathbb{R} . Détailler le raisonnement.

Exercice 3 (15 points)

Soit f la fonction définie sur $[1; 10]$ par $f(x) = 2x^2 - 30x + 200 + \frac{50}{x}$.

1. Calculer f' et montrer que pour tout $x \in [1; 10]$, $f'(x) = \frac{4x^3 - 30x^2 - 50}{x^2}$.
2. On considère la fonction g définie sur $[1; 10]$ par $g(x) = 4x^3 - 30x^2 - 50$.
 - (a) Calculer $g'(x)$.
 - (b) Étudier le signe de $g'(x)$.
 - (c) En déduire les variations de g sur l'intervalle $[1; 10]$.
 - (d) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[1; 10]$.
 - (e) Donner un encadrement de cette solution au centième.
 - (f) Déduire des questions précédentes le signe de la fonction g sur $[1; 10]$.
3. Étant donné que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$, déduire des questions précédentes le tableau de variations de la fonction f sur $[1; 10]$.
4. En fait, $f(x)$ donne le coût moyen, en milliers d'euros, de la production d'une entreprise pour la quantité produite x , en tonnes, variant de 1 à 10.
Le coût moyen minimum est-il inférieur à 95 000 euros ? Justifier.