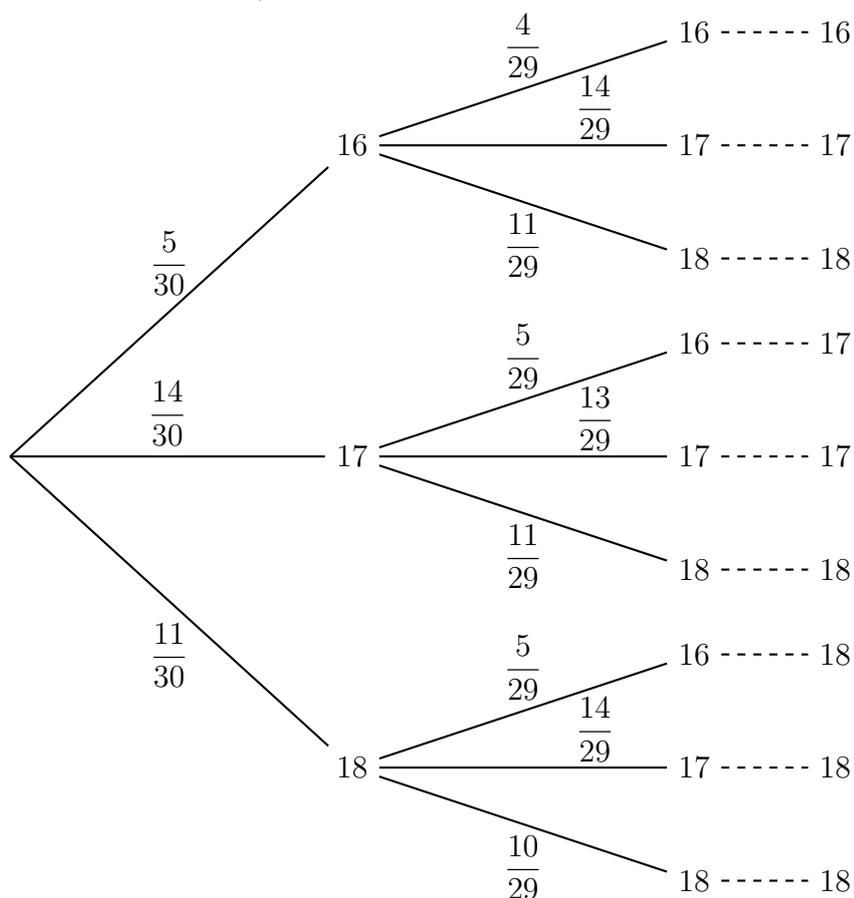


Devoir maison n°4 – mathématiques
Correction**Exercice 1**

Sachant que les deux élèves choisis sont nécessairement différents, on peut considérer que le choix des deux élèves revient à un tirage sans remise.

Comme ils sont choisis au hasard, on obtient l'arbre pondéré suivant, où les valeurs aux nœuds sont les âges des élèves choisis (attention au fait qu'au second niveau, les probabilités dépendent du premier niveau) :



Au bout de chaque branche, on a ajouté l'âge du plus âgé, qui est le responsable. Autrement dit, la valeur en bout de branche est la valeur de X . On peut alors déterminer la loi probabilité de X :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X = 16) &= \frac{5}{30} \times \frac{4}{29} = \frac{20}{870} = \frac{2}{87} \\ \mathbb{P}(X = 17) &= \frac{5}{30} \times \frac{14}{29} + \frac{14}{30} \times \frac{5}{29} + \frac{14}{30} \times \frac{13}{29} \\ &= \frac{70}{870} + \frac{14}{30} \times \frac{18}{30} \\ &= \frac{70}{870} + \frac{252}{870} \\ &= \frac{322}{870} = \frac{161}{435} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X = 18) &= 1 - \mathbb{P}(X = 16) - \mathbb{P}(X = 17) \\ &= \frac{870 - 20 - 322}{870} = \frac{528}{870} = \frac{88}{145} \end{aligned}$$

Exercice 2

On rappelle que la méthode à appliquer pour étudier le sens de variations d'une suite u est d'étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$.

1. $v_{n+1} - v_n = v_n^2 - 3v_n + 4 - v_n = v_n^2 - 4v_n + 4 = (v_n - 2)^2$ (identité remarquable).

Or un carré est toujours positif, donc $v_{n+1} - v_n \geq 0$.

On en déduit que la suite v est croissante.

2. On rappelle que $3^{n+1} = 3^n \times 3$. Ainsi :

$$\begin{aligned}w_{n+1} - w_n &= \frac{(n+1)+1}{3^{n+1}} - \frac{n+1}{3^n} \\&= \frac{n+2}{3^{n+1}} - \frac{(n+1) \times 3}{3^n \times 3} \\&= \frac{n+2 - (n+1) \times 3}{3^{n+1}} \\&= \frac{n+2 - 3n - 3}{3^{n+1}} \\&= \frac{-2n - 1}{3^{n+1}}\end{aligned}$$

Or $n \in \mathbb{N}$, donc n est positif, et $-2n - 1 \leq 0$. De plus, $3^{n+1} > 0$, donc w_{n+1} est négatif.

On en déduit que la suite w est décroissante.