

Devoir surveillé n°4 – mathématiques
22/01/2019**Exercice 1 (10 points)**

- Soit u la suite définie pour tout $n \geq 0$ par $u_n = n^2 - 1$.
 - Calculer les trois premiers termes de la suite u .
 - Exprimer u_{n+1} en fonction de n .
 - Déterminer les variations de la suite u .
- Soit w la suite définie pour tout entier $n \geq 0$ par $w_n = 3 \times 2^n$.
On rappelle que pour tout réel $a > 0$ et tout entier $n \geq 0$, $a^{n+1} = a^n \times a$.
 - Calculer les deux premiers termes de la suite w .
 - Justifier que pour tout $n \geq 0$, $w_{n+1} = 2w_n$.
 - Déduire de la question précédente une expression de $w_{n+1} - w_n$ en fonction de n .
 - Déterminer les variations de w .
- Calculer le terme w_3 de la suite w définie par $w_1 = 3$ et, pour tout $n \geq 2$, $w_n = n \times w_{n-1} - 2$.

Exercice 2 (8 points)

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On remet la carte dans le jeu, puis on tire à nouveau une carte au hasard.

- Quel est le nombre de couples de résultats possibles ? Expliquer.
On ne cherchera pas à les donner tous.
- On considère les événements suivants (rappel : les figures sont Roi, Valet et Dame) :
A : « Les deux cartes sont des figures » et B : « les deux cartes sont identiques ».
 - Calculer les probabilités de A et B.
 - Calculer les probabilités de $A \cap B$ puis de $A \cup B$.
- On considère une variable aléatoire X , gain algébrique associé à cette expérience de la manière suivante :
 - Si les deux cartes sont des figures, on gagne 2€ ;
 - Si l'on a obtenu deux cartes dont aucune n'est une figure, on perd 1€.
 - Dans les autres cas (une seule figure), on ne gagne ni ne perd rien.
 - Quelles sont les valeurs prises par X ?
 - Déterminer la loi de probabilité de X .
 - Calculer l'espérance de X .

Exercice 3 (4 points)

Une expérience aléatoire est associée à une variable aléatoire X dont la loi est donnée dans le tableau suivant (où a et p sont des réels) :

x_i	-4	2	a
$\mathbb{P}(X = x_i)$	0,45	p	0,2

- Déterminer la valeur de p en expliquant la démarche.
- Exprimer $E(X)$, l'espérance de X , en fonction de a .
- On souhaite faire en sorte que l'expérience (donc la variable X) soit équitale.
Déterminer alors la valeur de a afin qu'elle le soit.