

Devoir surveillé n°5 – mathématiques
Correction**Exercice 1**

1. (a)
- $f(x)$
- est définie si :

$$\begin{aligned} 3x - 5 &\geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq 5 \\ &\Leftrightarrow x \geq \frac{5}{3} \end{aligned}$$

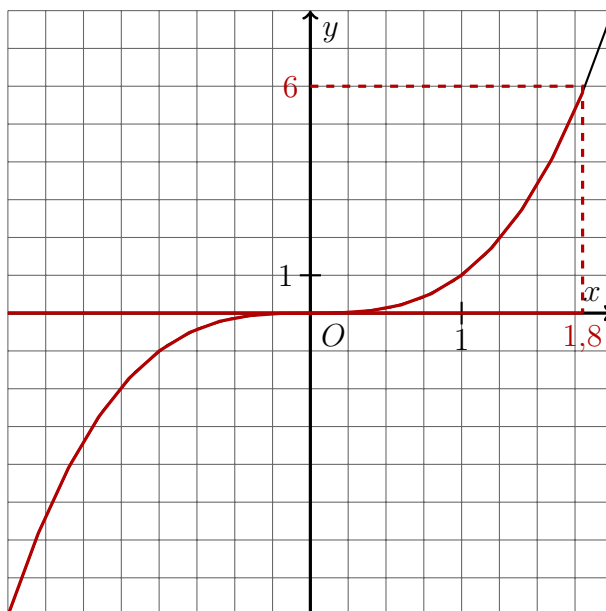
$$\text{Ainsi, } \mathcal{D}_f = \left[\frac{5}{3}; +\infty \right[.$$

- (b) On résout :

$$\begin{aligned} 5 - 2\sqrt{x} &= -3 \Leftrightarrow -2\sqrt{x} = -3 - 5 = -8 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{-8}{-2} = 4 \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 = 4^2 \\ &\Leftrightarrow x = 16 \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi, } \mathcal{S} = \{16\}.$$

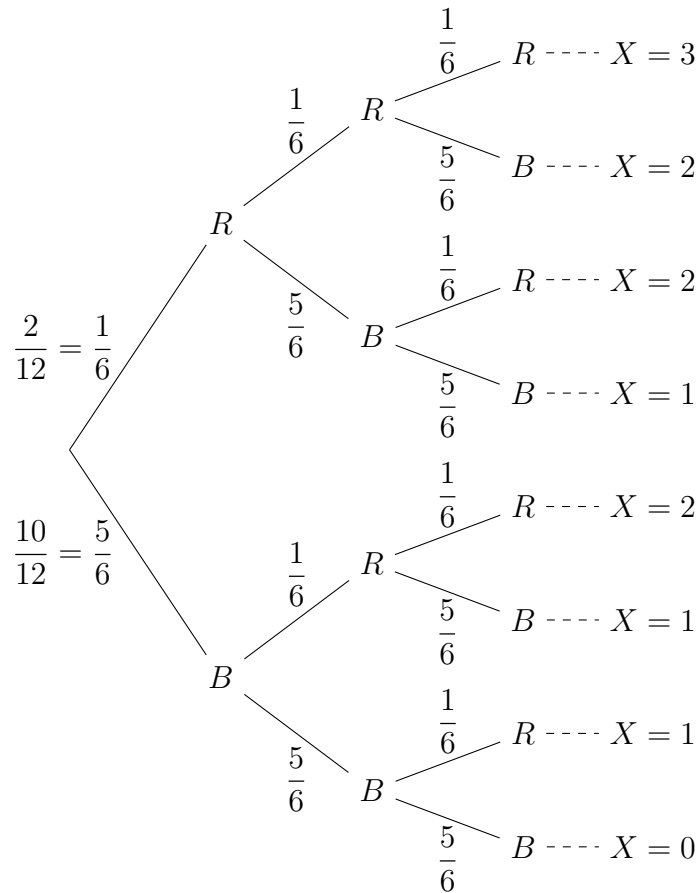
2. (a) La fonction cube est représentée de la manière suivante (en particulier les images de
- -1
- et
- 1
- sont respectivement
- -1
- et
- 1
-) :



- (b) L'ensemble de solutions de l'inéquation
- $x^3 < 6$
- est
- $]-\infty; 1,8[$
- (voir lecture graphique)

Exercice 2

1. Comme les boules sont choisies au hasard, les probabilités sont obtenues en faisant les quotients (loi équirépartie sur les boules). En notant
- B
- l'événement « la boule obtenue est bleue » et
- R
- l'événement « la boule obtenue est rouge », on obtient l'arbre suivant :



$$2. \mathbb{P}(X = 1) = \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{6} = 3 \times \frac{25}{216} = \frac{25}{72}.$$

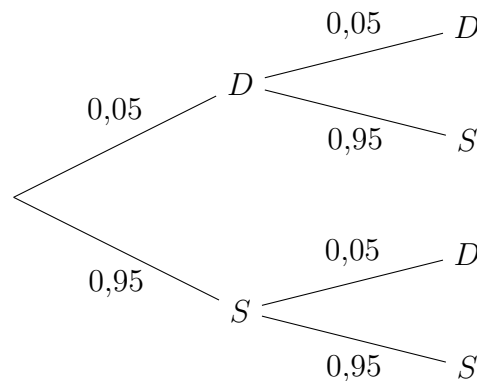
3.

$$\begin{aligned}
 \mathbb{P}(\text{« au moins une boule rouge extraite »}) &= 1 - \mathbb{P}(\text{« aucune boule rouge »}) \\
 &= 1 - \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \\
 &= \frac{91}{216}
 \end{aligned}$$

Exercice 3

Pour une chaussure, la probabilité qu'elle soit sans défaut est $\mathbb{P}(S) = 0,95$. Alors la probabilité qu'elle ait un défaut est $\mathbb{P}(D) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Une paire de chaussures étant un ensemble de deux chaussures, et les défauts d'une chaussure étant indépendants de ceux de l'autre, on a l'arbre suivant :

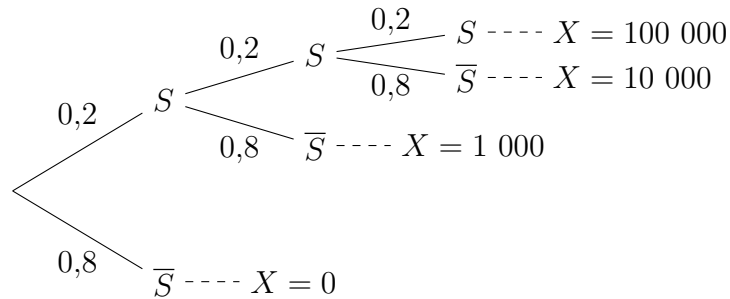


La probabilité qu'une paire soit sans défaut est alors :

$$\mathbb{P}(\text{« paire sans défaut »}) = 0,95 \times 0,95 = 0,9025 = \frac{361}{400}.$$

Exercice 4

- En notant S le succès (le candidat a réussi la question), l'arbre est le suivant (noter que lorsque le candidat perd, on s'arrête) :



La loi de probabilité de X est donnée par le tableau suivant :

x_i	0	1 000	10 000	100 000
$\mathbb{P}(X = x_i)$	0,8	$0,2 \times 0,8 = 0,16$	$0,2 \times 0,2 \times 0,8 = 0,032$	$0,2 \times 0,2 \times 0,2 = 0,008$

- On a $E(X) = 0 \times 0,8 + 1\,000 \times 0,16 + 10\,000 \times 0,032 + 100\,000 \times 0,008 = 1\,280$
Cela signifie qu'en moyenne, un candidat à ce jeu gagne 1 280 euros.