Chapitre :
Fonctions racine carrée et cube

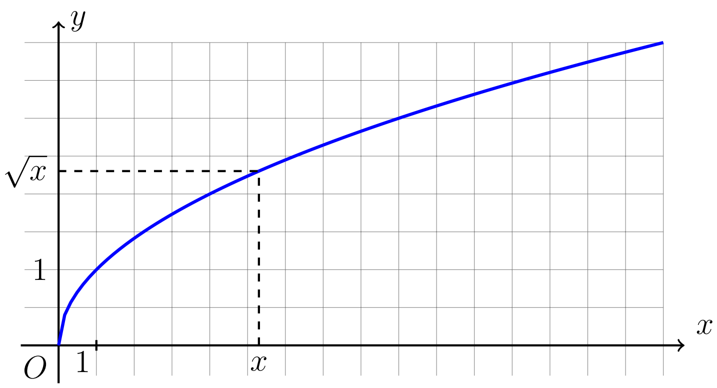
∽

I. Fonction racine carrée

Rappel La racine carrée d'un nombre positif x est le nombre positif dont le carré est x.
On note $\sqrt{x}$ la racine carrée de x. On a donc par définition $(\sqrt{x})^2 = x$.

Définition La fonction racine carrée est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par : $x \mapsto \sqrt{x}$.

Sa courbe représentative est la suivante :



Remarque il s'agit d'une branche de parabole « couchée » (x étant le carré de $\sqrt{x}$).

Propriété La fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0; +\infty[$.
Autrement dit on a le tableau de variation suivant :

x	$0 \qquad\qquad +\infty$
$\sqrt{x}$	$0 \nearrow$

Cela signifie par définition que pour tous réels positifs a et b tels que $0 \leqslant a \leqslant b$, alors $0 \leqslant \sqrt{a} \leqslant \sqrt{b}$.

Méthode (Ensembles de définition) La racine carrée d'un nombre n'est définie que si le nombre est positif.

Exemple $\sqrt{5-x}$ est définie si $5 - x \geqslant 0$, autrement dit si $x \leqslant 5$.
Ainsi $f : x \mapsto \sqrt{5-x}$ a pour ensemble de définition $]-\infty; 5]$.

Méthode (Résolution d'(in)équations) Pour résoudre des équations ou inéquations avec une racine carrée, le plus souvent on fait en sorte d'isoler la racine carrée pour appliquer si possible la fonction carrée (qui est croissante sur $[0; +\infty[$.

Exemple

$$\begin{aligned}\sqrt{x}+5<7 &\Leftrightarrow \sqrt{x}<2\\ &\Leftrightarrow (\sqrt{x})^2<2^2\\ &\Leftrightarrow x<4\end{aligned}$$

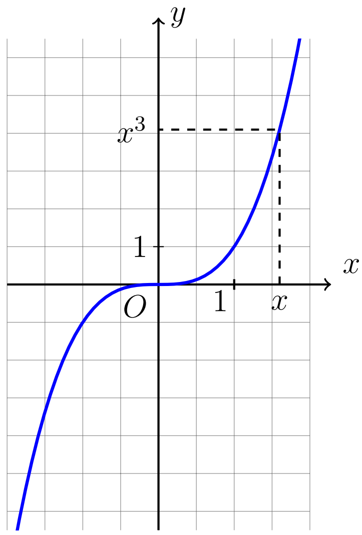
Sachant que x doit être positif (à cause de $\sqrt{x}$), l'ensemble des solutions est donc $[0;4[$.

▶ **Exercices :** fiche d'exercices (première partie, de 1 à 5)

II. Fonction cube

Définition La fonction cube est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto x^3$.

Sa courbe représentative est la suivante.
On pourra remarquer que l'origine O est un centre de symétrie pour la courbe.



Propriété La fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^3	↗	0	↗

Corollaire Quelques soient les réels a et b, on a :

$$a^3=b^3 \Leftrightarrow a=b \qquad \text{et} \qquad a^3>b^3 \Leftrightarrow a>b$$

Cela permet de résoudre des (in)équations :

Exemple On souhaite résoudre l'inéquation $x^3>27$.
Or $x^3>27 \Leftrightarrow x^3>3^3 \Leftrightarrow x>3$.
Donc $\mathcal{S}=]3;+\infty[$.

▶ **Exercices :** fiche d'exercices (deuxième partie, de 6 à 8)