

Devoir surveillé n°6 – mathématiques
Correction**Exercice 1**

- On a $\overrightarrow{BP}(x_P - x_B; y_P - y_B)$, soit $\overrightarrow{BP}(x_P - 4; y_P - 4)$.
D'autre part, $\overrightarrow{OB}(4; 4)$ (ce sont les mêmes coordonnées que B puisque O est l'origine du repère et a donc pour coordonnées $(0; 0)$).
Donc $\frac{5}{8}\overrightarrow{OB}\left(\frac{5}{8} \times 4; \frac{5}{8} \times 4\right)$, c'est à dire $\frac{5}{8}\overrightarrow{OB}\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$.
Ainsi, comme $\overrightarrow{BP} = \frac{5}{8}\overrightarrow{OB}$, on déduit que $x_P - 4 = \frac{5}{2}$ et $y_P - 4 = \frac{5}{2}$.
Ainsi, $x_P = y_P = 4 + \frac{5}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$ et $P(6,5; 6,5)$.
- On a $13\overrightarrow{OR}(13x_R; 13y_R)$ et $21\overrightarrow{AR}(21(x_R - 4); 21(y_R + 4))$.
Alors $13x_R = 21(x_R - 4)$ et $13y_R = 21(y_R + 4)$.
On résout ces deux équations en développant puis en regroupant les inconnues :
 $13x_R = 21x_R - 21 \times 4$ et $13y_R = 21y_R + 21 \times 4$ puis
 $8x_R = 84$ et $8y_R = -84$, soit $x_R = \frac{84}{8} = \frac{21}{2} = 10,5$ et $y_R = -10,5$ et $R(10,5; -10,5)$.
- On a $\overrightarrow{BA}(0; -8)$ et $\overrightarrow{PR}(4; -17)$.
On calcule : $xy' = 0 \times (-17) = 0$ et $x'y = 4 \times (-8) = -32 \neq xy'$.
Alors \overrightarrow{BA} et \overrightarrow{PR} ne sont pas colinéaires.
- On a $\overrightarrow{PS}(1,5; -6,5)$ et $\overrightarrow{PR}(4; -17)$.
On calcule également : $xy' = 1,5 \times (-17) = -25,5$ et $x'y = -6,5 \times (-8) = 52 \neq xy'$.
Alors \overrightarrow{PS} et \overrightarrow{PR} ne sont pas colinéaires, et donc P , R et S ne sont pas alignés.

Exercice 2

Comme on tire la carte au hasard, la loi est équirépartie.

On a alors $\mathbb{P}(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ (il y a 13 cartes d'une couleur donnée dans un jeu de 52 cartes).

On a $\mathbb{P}(B) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$, car il y a trois figures par couleur, donc 12 au total (roi, dame et valet).

Exercice 4 (L'exercice 3 est sur la page suivante pour une question de présentation)

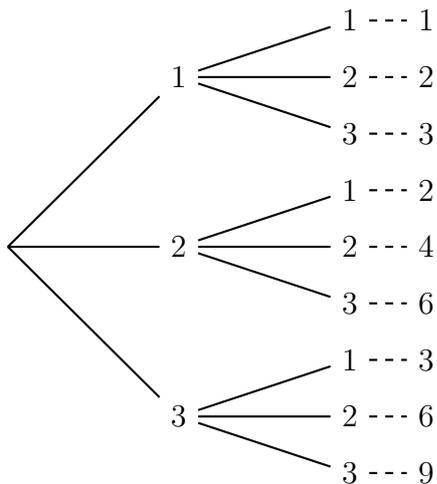
On a :

$$\begin{aligned}
 5x^2 + 25 &= x^2 + 20x \Leftrightarrow 4x^2 - 20x + 25 = 0 \\
 &\Leftrightarrow (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow (2x - 5)^2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow 2x - 5 = 0 \\
 &\Leftrightarrow 2x = 5 \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

Ainsi, $\mathcal{S} = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$.

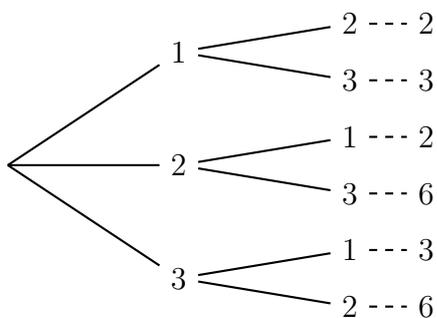
Exercice 3

1. (a) Voici l'arbre dans le cas du tirage avec remise :



(b) Le tirage étant fait au hasard, on a : $\mathbb{P}(A) = \frac{5}{9}$ (5 des 9 produits sont pairs).

2. (a) Voici l'arbre dans le cas du tirage sans remise :



(b) De même, on a $\mathbb{P}(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.