

Devoir surveillé n°1 – mathématiques
03/10/2019

Exercice 1 (20 points)

Un infographiste simule sur ordinateur la croissance d’un bambou. Il prend pour modèle un bambou d’une taille initiale de 1 m dont la taille augmente d’un mois sur l’autre de 5 % auxquels s’ajoutent 20 cm.

Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n la taille, exprimée en centimètre, qu’aurait le bambou à la fin du n -ième mois, et $u_0 = 100$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 1,05 \times u_n + 20$.
3. Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = u_n + 400$.
 - (a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0 .
 - (b) Pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n .
 - (c) En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 500 \times 1,05^n - 400$.
 - (d) Calculer la taille du bambou, au centimètre près, à la fin du 7^e mois.
4. On considère l’algorithme ci-dessous dans lequel n est un entier naturel et u est un nombre réel.

```

u ← 100
n ← 0
Tant que u < 200 faire
    | u ← 1,05 × u + 20
    | n ← n + 1
Fin Tant que
    
```

- (a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l’exécution de l’algorithme.

Test $u < 200$		vrai	...
Valeur de u	100		...
Valeur de n	0		...

- (b) Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l’exécution de l’algorithme ?
Interpréter le résultat au regard de la situation étudiée dans cet exercice.
 - (c) Modifier les lignes nécessaires dans l’algorithme pour déterminer le nombre de mois qu’il faudrait à un bambou de 50 cm pour atteindre ou dépasser 10 m.
5. Déterminer, en justifiant, la limite de la suite (v_n) , et en déduire la limite de la suite (u_n) .
Que peut-on en penser ?