

Devoir surveillé n°1 – mathématiques  
03/10/2019

**Exercice 1 (20 points)**

Un infographiste simule sur ordinateur la croissance d’un bambou. Il prend pour modèle un bambou d’une taille initiale de 1 m dont la taille augmente d’un mois sur l’autre de 5 % auxquels s’ajoutent 20 cm.

Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on note  $u_n$  la taille, exprimée en centimètre, qu’aurait le bambou à la fin du  $n$ -ième mois, et  $u_0 = 100$ .

1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
2. Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 1,05 \times u_n + 20$ .
3. Pour tout entier naturel  $n$ , on pose :  $v_n = u_n + 400$ .
  - (a) Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme  $v_0$ .
  - (b) Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
  - (c) En déduire que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 500 \times 1,05^n - 400$ .
  - (d) Calculer la taille du bambou, au centimètre près, à la fin du 7<sup>e</sup> mois.
4. On considère l’algorithme ci-dessous dans lequel  $n$  est un entier naturel et  $u$  est un nombre réel.

$u \leftarrow 100$
$n \leftarrow 0$
Tant que $u < 200$ faire
$u \leftarrow 1,05 \times u + 20$
$n \leftarrow n + 1$
Fin Tant que

- (a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire pour retranscrire l’exécution de l’algorithme.
 

Test $u < 200$		vrai		...
Valeur de $u$	100			...
Valeur de $n$	0			...
  - (b) Quelle est la valeur de la variable  $n$  à la fin de l’exécution de l’algorithme ?  
Interpréter le résultat au regard de la situation étudiée dans cet exercice.
  - (c) Modifier les lignes nécessaires dans l’algorithme pour déterminer le nombre de mois qu’il faudrait à un bambou de 50 cm pour atteindre ou dépasser 10 m.
5. Déterminer, en justifiant, la limite de la suite  $(v_n)$ , et en déduire la limite de la suite  $(u_n)$ .  
Que peut-on en penser ?