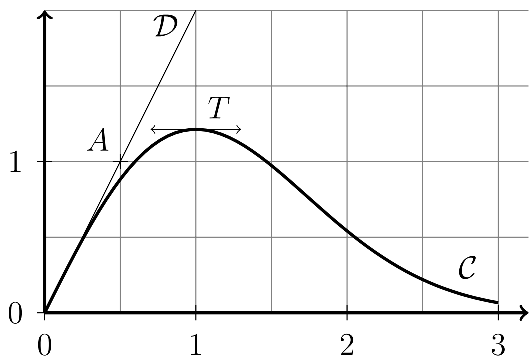
Devoir surveillé n°4 – mathématiques
07/01/2020

Exercice 1 (11 points)

On donne ci-contre la courbe $\mathcal{C}$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,3]$. On note f' la fonction dérivée de f.
La droite $\mathcal{D}$ est la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 ; elle passe par le point A de coordonnées (0,5 ; 1).
La tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Dans cette question les réponses seront obtenues par lecture graphique.
   (a) Déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}$.
   (b) Donner la valeur de $f'(1)$.
2. La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ par $f(x) = 2x\,\mathrm{e}^{-0,5x^2}$.
   On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$.
   (a) Montrer que $f'(x) = (2-2x^2)\,\mathrm{e}^{-0,5x^2}$.
   (b) Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,3]$ et dresser son tableau de variation.

Exercice 2 (5 points)

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (ax+b)\,\mathrm{e}^{-2x}$ où a et b sont deux réels à déterminer.

1. Déterminer l'expression de $g'(x)$ en fonction de a et b.
2. On sait que $g(0) = 1$ et $g'(0,25) = 0$. Déterminer alors les valeurs de a et b.

Exercice 3 (4 points)

Soit g la fonction définie sur $[1; 15]$ par $g(x) = -0,6x + 4 + \mathrm{e}^{-x+5}$.

1. Calculer (sans détailler) $g'(x)$.
2. En déduire que g est décroissante sur $[1; 15]$.
3. On admet que l'équation $g(x) = 0$ a une unique solution α sur $[1; 15]$.
   Donner une valeur approchée de α à 0,1 près.
4. Déduire des questions précédentes le tableau de signe de la fonction g sur $[1; 15]$.