Chapitre :
Statistiques

∽

⊛ **Activité :** 1,2p268

I. Médiane et quartiles

Définition La **médiane** d'une série est la plus petite valeur du caractère notée *Me* telle que au moins 50% des individus ont une valeur du caractère inférieure ou égale à *Me*

La médiane ne se calcule pas, mais se détermine. Pour cela on s'aider du tableau des effectifs cumulés croissants (e.c.c.) obtenus en ajoutant petit à petit les effectifs, en ayant au préalable trié les **valeurs** par ordre croissant. La **médiane est la valeur** du caractère qui fait atteindre ou dépasser la moitié de l'effectif total.

Exemple On considère les résultats d'un groupe d'élèves à un devoir surveillé. On obtient le tableau statistique suivant :

Note	05	08	09	11	12	14	15	17
Effectif	1	1	2	1	2	1	1	1

Pour déterminer la médiane, on rajoute la ligne des effectifs cumulés croissants (e.c.c.) :

Note	05	08	09	11	12	14	15	17
Effectif	1	1	2	1	2	1	1	1
e.c.c.	1	2	4	5	7	8	9	10

On peut lire tout à droite l'effectif total : 10. La moitié est donc $10 \div 2 = 5$. La valeur où cet effectif est atteint (ou dépassé) est la valeur 11 (la quatrième valeur). Ainsi, $Me = 11$. Cela signifie qu'au moins la moitié des élèves a eu une note inférieure ou égale à 11.

Définition Le **premier quartile** est la plus petite valeur du caractère notée Q_1 qui fait atteindre ou dépasser le quart des effectifs cummulés croissants. Le **troisième quartile** est la plus petite valeur du caractère notée Q_3 qui fait atteindre ou dépasser les trois quarts des effectifs cumulés croissants.

Remarque la médiane pourrait être considérée comme un deuxième quartile.

Exemple Dans notre exemple, $Q_1 = 09$ (valeur pour laquelle l'e.c.c. dépasse $10 \div 4 = 2{,}5$) et $Q_3 = 14$ (valeur pour laquelle l'e.c.c. dépasse $10 \div 4 \times 3 = 7{,}5$).

Remarque Lorsque l'on ne dispose pas des effectifs cumulés croissants, on peut utiliser les fréquences cumulées croissantes, qui leur sont proportionnelles.

Définition On appelle écart interquartile la différence $Q_3 - Q_1$. L'intervalle interquartile est $[Q_1; Q_3]$.

► **Exercices :** 18,19,21,22p281, 35,36,34,32,37,33pp282-283

II. Moyenne et écart-type

Définition Supposons qu'un caractère statistique étudié prenne p valeurs x_1,...,x_p avec des effectifs respectifs n_1, ..., n_p. On note N l'effectif total ($N = n_1 + \cdots + n_p$).
La **moyenne** de la série, notée $\overline{x}$ est donnée par :

$$\overline{x} = \frac{n_1x_1 + \cdots + n_px_p}{N}$$

Exemple Dans l'exemple de la section précédente, la note moyenne est

$$\overline{x} = \frac{1\times 5 + 1\times 8 + 2\times 9 + 1\times 11 + 2\times 12 + 1\times 14 + 1\times 15 + 1\times 17}{10} = 11{,}2$$

Propriété Si on multiplie toutes les valeurs par un nombre a, alors la moyenne est multipliée par a.
Si on ajoute une valeur b à toutes les valeurs, alors la moyenne est augmentée de b.
Plus généralement, les valeurs $ax_i + b$ ont pour moyenne $a\overline{x} + b$.

Définition Avec les mêmes notations que précédemment, on définit l'écart-type, noté σ, par :

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \overline{x})^2 + \cdots + n_p(x_p - \overline{x})^2}{N}}$$

Plus l'écart-type est grand, plus les valeurs sont dispersées (écartées) autour de la moyenne.

Exemple Dans notre exemple, :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1(5 - 11{,}2)^2 + 1(8 - 11{,}2)^2 + 2(9 - 11{,}2)^2 + \cdots + 1(17 - 11{,}2)^2}{10}} \simeq 3{,}4$$

▶ **Exercices :** 24,25,27p281, 47,51,52pp286-287

▶ **Exercices :** 57p288, 62p289