

Devoir surveillé n°2 Mathématiques
12/01/2021

Exercice 1 (7 points)

Soit u la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \geq 0$ par $u_{n+1} = -\frac{1}{3}u_n^2 + 2u_n$.

1. Obtenir les trois premiers termes de la suite u .
2. Soit f la fonction définie par $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$.
 - (a) Dans un repère orthonormé avec une échelle de 2 cm (ou deux grands carreaux) pour une unité, tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle $[0; 4]$.
 - (b) Compléter la figure précédente jusqu'à obtenir la représentation graphique des quatre premiers termes de la suite u sur l'axe des abscisses.
3. Que dire a priori des variations de u ?
4. La suite semble-t-elle converger ? Si oui, vers quelle valeur ?

Exercice 2 (4 points)

Soit u la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \frac{1}{n+1}$.

1. Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n .
2. En déduire les variations de la suite u .
3. Déterminer la limite de la suite u .

Exercice 3 (4 points)

Soit, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $S_n = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{3}{2^n}$.

1. Démontrer que S_n peut s'écrire sous la forme : $S_n = 6 \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{n+1} \right)$.
2. En déduire la limite de S_n quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 4 (5 points)

Deux urnes contiennent des boules :

L'urne 1 contient 18 boules blanches et 22 boules rouges.

L'urne 2 contient 8 boules blanches et 32 boules rouges.

Un jeu consiste à choisir une urne au hasard puis à tirer une boule de cette urne. On note les événements suivants :

U1 : « L'urne choisie est l'urne 1 »

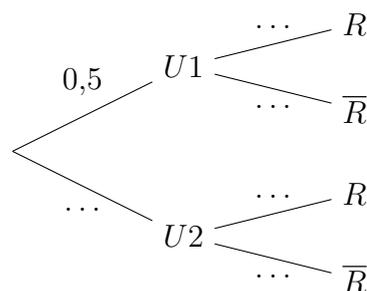
U2 : « L'urne choisie est l'urne 2 »

R : « La boule tirée est rouge »

1. Recopier et compléter l'arbre ci-contre.
2. La boule tirée est rouge.

Déterminer la probabilité qu'elle vienne de l'urne 1.

Détailler tout le raisonnement et les calculs.



Devoir surveillé n°2 Mathématiques
13/01/2021

Exercice 1 (7 points)

Soit u la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout $n \geq 0$ par $u_{n+1} = 4 - 0,1u_n^2$.

1. Obtenir les trois premiers termes de la suite u .
2. Soit f la fonction définie par $f(x) = 4 - 0,1x^2$.
 - (a) Dans un repère orthonormé avec une échelle de 2 cm (ou deux grands carreaux) pour une unité, tracer la courbe représentative de f sur l'intervalle $[0; 4]$.
 - (b) Compléter la figure précédente jusqu'à obtenir la représentation graphique des quatre premiers termes de la suite u sur l'axe des abscisses.
3. Que dire a priori des variations de u ?
4. La suite semble-t-elle converger ? Si oui, vers quelle valeur ?

Exercice 2 (4 points)

Soit u la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 3n^2 + n$.

1. Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n .
2. En déduire les variations de la suite u .
3. Déterminer la limite de la suite u .

Exercice 3 (4 points)

Soit, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $S_n = -2 - 2 \times 0,7 - 2 \times (0,7)^2 - \dots - 2 \times (0,7)^n$.

1. Démontrer que S_n peut s'écrire sous la forme : $S_n = -\frac{20}{3}(1 - 0,7^{n+1})$.
2. En déduire la limite de S_n quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 4 (5 points)

Parmi les messages d'une boîte de réception de courrier électronique, 80% sont des spams.

Le mot "gratuit" apparaît dans 35% des spams et dans 1% des non-spams.

On note les événements suivants :

S : « Le message est un spam »

G : « le message contient le mot "gratuit" »

1. Recopier et compléter l'arbre ci-contre.
2. Un message contient le mot "gratuit".
Déterminer la probabilité que ce soit un spam.
Détailler tout le raisonnement et les calculs.

