LYCÉE MARIE CURIE **1NSI**
2020–2021

Devoir surveillé n°4 – NSI
Correction

Exercice 1

1. (a) Dans la deuxième boucle il y a 4 sommes effectuées (j allant de 1 à 4).
   Puis il y a une somme effectuée en dehors de cette boucle (la dernière instruction ajoute 1 à x).
   Ces cinq sommes sont répétées n fois, puisqu'elles sont dans la boucle principale (i allant de 0 à n-1).
   Ainsi, il y a $5 \times n = 5n$ sommes effectuées

   (b) Le coût/la complexité de l'algorithme est $4n$, donc c'est un coût linéaire.

Exercice 2

1. Voici l'algorithme complété :

```
def existe(x,l):
  for e in l:
    if e == x:
      return True
  return False
```

2. Voici la fonction :

```
def effaceDoublons(l):
  liste=[]
  for e in l:
    if not(existe(e,liste)):
      liste.append(e)
  return liste
```

   À la place de `not(existe(e,liste))`, on peut utiliser (mais c'est moins joli) : `existe(e,l) == False`.

3. Le coût est quadratique, car la boucle principale parcourt la liste, mais dans cette boucle, la fonction `existe` parcourt elle-même une liste similaire à l.

Exercice 3

1. Au départ,
   x=2
   k=4
   z=1
   Ensuite, on peut utiliser un tableau pour représenter la valeur des variables et la valeur des conditions à chaque itération de la boucle Tant que :

Étape	k en début	`k!=0`	`k%2 == 1`	z	x	k en fin
1	4	vrai	faux	1	$2 \times 2 = 4$	2
2	2	vrai	faux	1	$4 \times 4 = 16$	1
3	1	vrai	vrai	$1 \times 16 = 16$	$16 \times 16 = 256$	0
4	0	faux				

À la fin la valeur retournée est celle de z, à savoir 16.

2. la variable k est un variant de la boucle. À chaque itération de la boucle, k est divisée par 2 en restant entier, en commençant par n.

   Donc à partir d'un moment k vaut forcément 0 et la condition de la boucle n'est plus satisfaite.

3. **Initialisation :** Avant la boucle, x=b, k=n et z=1.

   Alors $z \times x^k = 1 \times b^n = b^n$ et $k \geqslant 0$ (n étant entier naturel).

   Hérédité : On suppose qu'à une étape donnée, « $z \times x^k = b^n$ et $k \geqslant 0$ » est vraie

   On note z', x' et k' les valeurs des trois variables à la fin de l'itération de la boucle.

   On doit montrer que « $z' \times x'^{k'} = b^n$ et $k' \geqslant 0$ ».

   Deux cas se présentent :

   - Soit k est pair, dans ce cas, $k = 2k'$, autrement dit $k' = \dfrac{k}{2}$, $z' = z$, et $x' = x \times x = x^2$.
     Alors $z' \times x'^{k'} = z \times (x^2)^{\frac{k}{2}} = z \times x^k = b^n$
   - Soit k est impair, dans ce cas $k = 2k' + 1$, autrement dit $k' = \dfrac{k-1}{2}$, $z' = z \times x$ et $x' = x \times x = x^2$.
     Alors $z' \times x'^{k'} = z \times x \times (x^2)^{\frac{k-1}{2}} = z \times x \times x^{k-1} = z \times x^k = b^n$

   Dans tous les cas, on obtient bien $z' \times x'^{k'} = b^n$.

   De plus, comme $k \geqslant 0$, nécessairement $k' \geqslant 0$ (quotient de la division de k par 0).

   Conclusion : On a donc démontré que la propriété « $z \times x^k = b^n$ et $k \geqslant 0$ » est un invariant de la boucle.

4. Comme la propriété est un invariant et comme la boucle termine, à la fin de la boucle on a k=0 et $z \times x^k = z \times x^0 = b^n$, autrement dit $z = b^n$.