Chapitre :
Pourcentages et taux

∽

I. Proportion et pourcentage

▶ **Exercices :** 1-11p274

Définition Soit E un ensemble, dont le nombre d'éléments (non nul) est N.
N peut être appelé l'effectif total.
Soit A une partie de l'ensemble E, dont le nombre d'éléments est n.
La **proportion** de A dans E est le nombre $p = \dfrac{n}{N}$.
On retient : « effectif divisé par effectif total ».
En statistiques, la proportion est aussi appelée **fréquence**.

Remarque Une proportion est un nombre compris entre 0 et 1.
Pour obtenir une proportion en pourcentage, il suffit de multiplier cette proportion par 100.

Exemple Une tablette de chocolat de 180g contient 72g de sucre.
La proportion de sucre dans la tablette est donc $\dfrac{72}{180} = 0{,}4$, soit 40%.

Si l'on connaît la proportion (ou le pourcentage) et l'effectif total, on peut retrouver l'effectif.

Exemple On suppose que dans la même tablette de chocolat, le cacao constitue 55% de la tablette.
La masse de cacao présente est alors $\dfrac{55}{100} \times 180 = 99$ (55% de 180).
Il y a donc 99g de cacao dans la tablette.

▶ **Exercices :** 12-17p282, 35-39p284, 41-45p284

⊛ **Activité :** 1p276

Propriété **(Pourcentage de pourcentage)** Dans un ensemble F non vide de référence, on considère une partie non vide E. Dans la partie E on considère une partie A. Si p_1 est la proportion de A dans E et si p_2 est la proportion de E dans F, alors la proportion de A dans F est $p_1 \times p_2$: on fait le produit des proportions.

Exemple On estime que 53% des français jouent régulièrement à des jeux vidéo.
Parmi ces personnes, 47% sont des femmes.
Ainsi, la proportion de femmes qui jouent régulièrement à des jeux vidéo en France est :
$\dfrac{47}{100} \times \dfrac{53}{100} = 0{,}2491$, soit 24,91%.

▶ **Exercices :** 19-21p282-283, 49-51p285, 55p285

II. Variations

⊛ **Activité :** 3p277

Définition Une quantité a une valeur initiale V_i. Elle varie pour atteindre une valeur finale V_f.
La **variation absolue** est $V_f - V_i$.
La **variation relative**, autrement dit le **taux de variation**, est la nombre $t = \dfrac{V_f - V_i}{V_i}$.

Remarque Le taux de variation peut être négatif ; on peut le donner en pourcentage en multipliant par 100.

Exemple Un prix passe de 110€ à 132€.
Le taux d'évolution est donc $\dfrac{132-110}{110} = \dfrac{22}{110} = 0{,}2$.
Le prix a donc augmenté de 20%.

Propriété Soit t le taux de variation (pas en pourcentage !) qui permet de passer de V_i à V_f.
Alors $V_f = (1+t) \times V_i$.
Le nombre $CM = 1 + t$ est appelé **coefficient multiplicateur** associé au taux t.
Si t est en pourcentage, alors $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$.
Ainsi, $V_f = CM \times V_i$.
De plus, si l'on connaît CM, on obtient t en pourcentage par la formule : $t = (CM - 1) \times 100$.

Propriété Dans le cas d'une hausse, t est positif et $CM > 1$.
Dans le cas d'une baisse, t est négatif et $0 \leqslant CM < 1$.

Exemples On considère une valeur initiale de 110.
Pour une hausse de 15%, le coefficient multiplicateur associé est $1 + \dfrac{15}{100} = 1{,}15$. La valeur finale est alors $110 \times 1{,}15 = 126{,}5$.
Pour une baisse de 5%, le coefficient multiplicateur associé est $1 - \dfrac{5}{100} = 1 - 0{,}05 = 0{,}95$. la valeur finale est alors $110 \times 0{,}95 = 104{,}5$.

Remarque Si on connaît CM et la valeur finale, alors la valeur initiale est $V_i = \dfrac{V_f}{CM}$.

► **Exercices :** 22-27p283, 58,61,62,66,67p286, 71-75p287

III. Évolutions successives

⊛ **Activité :** 4p277

Propriété Lorsqu'une quantité subit des évolutions successives de taux t_1, t_2, …, t_n elle subit une évolution globale t.

Notons CM_1, CM_2, …, CM_n les coefficients multiplicateurs associés aux taux successifs, et CM le coefficient multiplicateur associé au taux global. Alors :

$$CM = CM_1 \times CM_2 \times \cdots \times CM_n$$

Autrement dit on multiplie les coefficient multiplicateurs
On rappelle qu'alors $t = (CM - 1) \times 100$ (en pourcentage).

⚠ Faire attention au fait que l'on n'ajoute pas les pourcentages.

▶ **Exercices :** 28-31p283, 83-88p288, 92-94p289

IV. Taux réciproques

Propriété Soit t le taux permettant de passer d'une valeur V_i à une valeur V_f.
On appelle **taux réciproque** de t le taux t' permettant de passer de V_f à V_i.
En notant CM le coefficient multiplicateur associé à t, et CM' celui associé à t', alors

$$CM' = \frac{1}{CM}$$

En effet, $V_f = CM \times V_i$, donc $V_i = \dfrac{V_f}{CM} = \dfrac{1}{CM} \times V_f$.

Exemple On cherche le taux réciproque d'une augmentation de 60%.
On a $CM = 1{,}6$, donc $CM' = \dfrac{1}{1{,}60} = 0{,}625$.
Alors le taux réciproque est $t' = (CM' - 1) \times 100 = (0{,}625 - 1) \times 100 = -37{,}5$.
Autrement dit, après une hausse de 60%, il faut une baisse de 37,5% pour revenir à la valeur initiale.

▶ **Exercices :** 32-34p283, 96,98,99p289