Devoir surveillé n°1
Correction

Exercice 1

1. $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 2x - 1$
   Alors $f'(x) = 3 \times 4x^3 - 2 \times 3x^2 + 2 \times 1 - 0 = 12x^3 - 6x^2 + 2$.
2. $g(x) = 5\,\mathrm{e}^{x^2}$
   On a $(\mathrm{e}^u)' = u'\,\mathrm{e}^u$, avec $u(x) = x^2$ et $u'(x) = 2x$. Ainsi :
   $g'(x) = 5 \times 2x\,\mathrm{e}^{x^2} = 10x\,\mathrm{e}^{x^2}$.
3. $h(x) = \left(\dfrac{1}{x} + x^2\right)\sqrt{x}$
   $h = uv$ avec $u(x) = \dfrac{1}{x} + x^2$ et $v(x) = \sqrt{x}$.
   Donc, $u'(x) = -\dfrac{1}{x^2} + 2x$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.
   Or, $h' = (uv)' = u'v + uv'$, donc $h'(x) = \left(-\dfrac{1}{x^2} + 2x\right)\sqrt{x} + \left(\dfrac{1}{x} + x^2\right) \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.
4. $l(x) = \dfrac{2x+3}{x^2+1}$
   $l = \dfrac{u}{v}$ avec $u(x) = 2x + 3$ et $v(x) = x^2 + 1$ donc $u'(x) = 2$ et $v'(x) = 2x$.
   Or $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.
   Donc
   $$\begin{aligned} l'(x) &= \frac{2(x^2+1) - (2x+3)(2x)}{(x^2+1)^2} \\ &= \frac{2x^2 + 2 - 4x^2 - 6x}{(x^2+1)^2} \\ &= \frac{-2x^2 - 6x + 2}{(x^2+1)^2} \end{aligned}$$
5. $m(x) = \sqrt{5x-2}$
   $m = \sqrt{u}$ avec $u(x) = 5x - 2$, donc $u'(x) = 5$.
   Or, $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$, donc $m'(x) = \dfrac{5}{2\sqrt{5x-2}}$.