

Devoir surveillé n°8
17/05/2022

Exercice 1 (5 points)

Parmi les messages d'une boîte de réception de courrier électronique, 80% sont des spams.

Le mot "gratuit" apparaît dans 35% des spams et dans 1% des non-spams.

On note les événements suivants :

S : « Le message est un spam »

G : « le message contient le mot "gratuit" »

1. Faire un arbre de probabilité montrant la situation et le compléter.
2. On considère un message pris au hasard.
 - (a) Calculer la probabilité que le message contienne le mot "gratuit".
 - (b) Calculer $\mathbb{P}_G(S)$, puis donner une interprétation du résultat.

Exercice 2 (5 points)

Deux urnes contiennent des boules :

L'urne 1 contient 18 boules blanches et 22 boules rouges.

L'urne 2 contient 8 boules blanches et 32 boules rouges.

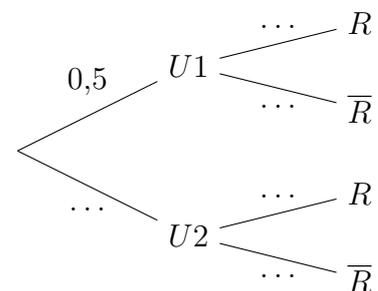
Un jeu consiste à choisir une urne au hasard puis à tirer une boule de cette urne. On note les événements suivants :

U1 : « L'urne choisie est l'urne 1 »

U2 : « L'urne choisie est l'urne 2 »

R : « La boule tirée est rouge »

1. Recopier et compléter l'arbre ci-contre.
2. En faisant l'expérience, on vient de tirer une boule rouge.
Déterminer la probabilité qu'elle vienne de l'urne 1.
Détailler tout le raisonnement et les calculs.

**Exercice 3 (5 points)**

Un laboratoire a mis au point un test de dépistage d'une maladie. Ce laboratoire indique les caractéristiques suivantes :

- la probabilité qu'un individu atteint par la maladie présente un test positif est égale à 0,99 ;
- la probabilité qu'un individu non atteint par la maladie présente un test négatif est également égale à 0,99.

On s'intéresse à une population « cible » dans laquelle on procède à un test de dépistage systématique. La proportion de personnes malades dans cette population cible est notée p . Un individu est choisi au hasard dans cette population, on considère les événements M « cet individu est malade » et T « le test de cet individu est positif ».

1. Traduire la situation à l'aide d'un arbre pondéré et compléter cet arbre.

2. Montrer que $\mathbb{P}_T(M) = \frac{99p}{1 + 98p}$.

3. Quelle est l'interprétation de la probabilité $\mathbb{P}_T(M)$?

Si dans la population il y a 2% de malades, quelle est la valeur de cette probabilité ?