

Suites arithmético-géométriques



Exercice 1

Une chaîne de diffusion a 500 abonnés la première année de diffusion. Chaque année, elle garde 60% des abonnés de l'année précédente et gagne 400 nouveaux abonnés.

On note u_n le nombre d'abonnés après n années. On a alors $u_0 = 500$.

On pose de plus $v_n = u_n - 1000$ pour $n \geq 0$.

1. (a) Compléter le tableau :

	A	B	C	D	E
1	n	0	1	2	3
2	u_n	500			
3	v_n				
4	$\frac{v_n}{v_{n-1}}$	XXXXX			

(b) En considérant le tableau comme celui d'un logiciel de tableur, donner les formules à entrer dans les cellules C2, B3 et C4 puis à tirer vers la droite.

- Les suites u ou v semblent-elles particulières ?
- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- Démontrer que la suite v est géométrique de raison 0,6.
En déduire l'expression de v_n en fonction de n .
- Démontrer alors que $u_n = 1000 - 500 \times 0,6^n$.
- Calculer alors u_{10} .
- Étudier la limite de la suite u .
- Quelle valeur u_n ne peut-elle pas dépasser ? Justifier.

Exercice 2

Un streamer a, cette année, 1000 abonnés et chaque année il perd 20% de ces abonnés mais gagne 900 nouveaux abonnés.

On pose $u_0 = 1000$ et u_n le nombre d'abonnés après n années.

- Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- On pose $v_n = u_n - 4500$.
Démontrer que la suite v est géométrique de raison 0,8 et donner son premier terme.
- En déduire l'expression de v_n en fonction de n .
En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- Calculer alors u_{10} .
- À partir de quelle valeur de n a-t-on $u_n \geq 4499$?
- Étudier la limite de la suite u .
- Que devient le nombre d'abonnés à long terme ? Justifier.