

Devoir surveillé n°2
18/10/2022

Les questions bonus ne pourront être traitées qu'après avoir répondu à toutes les autres questions de tous les exercices.

Exercice 1 (8 points)

Soit $f(x) = (3x - 4)e^{-x}$.

1. Démontrer que l'expression de la dérivée de f peut s'écrire $f'(x) = (7 - 3x)e^{-x}$.
2. Déterminer les variations de f sur $[0; 4]$.
3. (4 points) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0; 4]$.
4. Donner une valeur approchée de α à 10^{-3} près.
5. Bonus : Déterminer la valeur exacte de α .

Exercice 2 (7 points)

Soit la fonction $P(x) = x^3 + x + 1$.

1. (6 points) Montrer qu'il existe un unique $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $P(\alpha) = 0$.
Donner alors un encadrement à 10^{-1} près de α .
2. Établir le tableau de signe de la fonction P (en fonction de α).
3. Bonus : Soit la fonction $f(x) = 6x^5 + 10x^3 + 15x^2 - 30$. Calculer f' puis étudier son signe en fonction de α . En déduire alors le tableau de variation de f .

Exercice 3 (5 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^4 + 2x^3 - 12x^2$.

1. Calculer $f'(x)$ puis $f''(x)$.
2. Étudier le signe de $f''(x)$. En déduire la convexité de la fonction f .
3. Justifier que la courbe représentative de f , notée \mathcal{C}_f , admet deux points d'inflexion et en donner les abscisses.