

Devoir surveillé n°4
31/01/2023**Exercice 1 (Limites – 8 points)**

Les trois questions de cet exercice sont indépendantes.

1. Déterminer la limite suivante : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (6 - 5\sqrt{n})(2n - 10)$.

2. On souhaite déterminer la limite de la suite u définie par $u_n = \frac{5n - 3}{2n + 1}$.

(a) Justifier que sous cette forme, la limite de u est indéterminée.

(b) Justifier que $u_n = \frac{5 - \frac{3}{n}}{2 + \frac{1}{n}}$.

(c) En déduire la limite de u .

3. Soit, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{3 \sin(5n + \pi) - 1}{2n + 1}$.

(a) Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{-4}{2n + 1} \leq u_n \leq \frac{2}{2n + 1}$.

(b) En déduire la limite de la suite u , en justifiant.**Exercice 2 (Suites arithmético-géométriques – 8 points)**Soit u la suite définie par $u_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 4u_n - 9$.1. Obtenir les 3 premiers termes de la suite u .2. Résoudre l'équation $x = 4x - 9$.Dans la suite on note α la solution de cette équation.3. On définit la suite v pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n - \alpha$.(a) Démontrer que la suite v est géométrique.

En préciser la raison et le premier terme.

(b) En déduire l'expression explicite de v_n en fonction de n .(c) En déduire l'expression explicite de u_n en fonction de n .(d) Déterminer alors la limite de u_n .