LYCÉE MARIE CURIE **MATHCO**
2022–2023

Devoir surveillé n°5
Correction

Exercice 1

1. On a $\lim\limits_{x \to -\infty} 2x^2 = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} -x = +\infty$. Alors par somme : $\lim\limits_{x \to -\infty} 2x^2 - x = +\infty$.
   Pas d'asymptote.
2. On a $\lim\limits_{x \to +\infty} 7 - 5x = -\infty$ et $\lim\limits_{X \to -\infty} e^X = 0$, donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{7-5x} = 0$.
   On en conclut que $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ en $+\infty$.
3. $\dfrac{x^2 - 15x + 3}{2x^3 + 1} = \dfrac{x^2\left(1 - \dfrac{15}{x} + \dfrac{3}{x^2}\right)}{x^3\left(2 + \dfrac{1}{x^3}\right)} = \dfrac{1}{x} \times \dfrac{1 - \dfrac{15}{x} + \dfrac{3}{x^2}}{2 + \dfrac{1}{x^3}}$.
   Or, $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{1}{x} = 0$, $\lim\limits_{x \to -\infty} 1 - \dfrac{15}{x} + \dfrac{3}{x^2} = 1$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} 2 + \dfrac{1}{x^3} = 2$.
   Alors $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^2 - 15x + 3}{2x^3 + 1} = 0 \times \dfrac{1}{2} = 0$.
   Ainsi, $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$ en $-\infty$.
4. On a $\lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^x + 1 = 0 + 1 = 1$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} 5 + \dfrac{1}{x^2} = 5 + 0 = 5$.
   Alors, par produit, $\lim\limits_{x \to -\infty} (\mathrm{e}^x + 1)\left(5 + \dfrac{1}{x^2}\right) = 1 \times 5 = 5$
   Ainsi, $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote horizontale d'équation $y = 5$ en $-\infty$.
5. On a $\lim\limits_{x \to 3} 2x - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ x < 3}} 3 - x = 0^+$.
   En effet, lorsque $x < 3$, on a $0 < 3 - x$, autrement dit $3 - x$ est positif.
   Alors $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ x < 3}} \dfrac{2x - 1}{3 - x} = +\infty$
   Ainsi, $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote verticale d'équation $x = 3$.
6. On a $-3x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = x^3\left(-3 + \dfrac{2}{x} + \dfrac{2}{x^2} + \dfrac{1}{x^3}\right)$.
   Or, $\lim\limits_{c \to +\infty} x^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{c \to +\infty} -3 + \dfrac{2}{x} + \dfrac{2}{x^2} + \dfrac{1}{x^3} = -3$.
   Alors $\lim\limits_{c \to +\infty} -3x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = -\infty$.
   Pas d'asymptote.