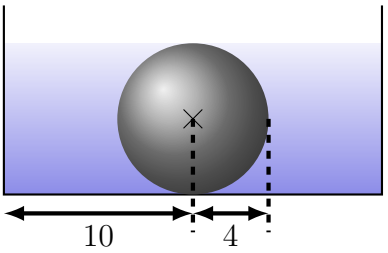
LYCÉE MARIE CURIE **MATHCO**

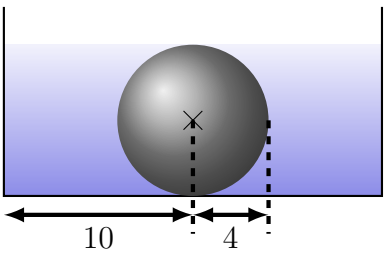
Dans un récipient cylindrique de rayon 10 cm, on place une bille de rayon 4 cm.
On verse ensuite de l'eau jusqu'à recouvrir exactement la bille.
Puis on retire la bille et on la remplace par une autre de rayon R (différent de 4).
On souhaite pouvoir répondre à la question suivante :
Est-il possible que l'eau recouvre exactement cette nouvelle bille ?



1. (a) Calculer le volume d'eau versé dans le récipient.
   Voici ci-dessous les formules de volumes nécessaires :
   Cylindre de rayon r et de hauteur h : $\pi r^2 h$ Boule de rayon R : $\frac{4}{3}\pi R^3$
   (b) En calculant de deux manières différentes le volume « eau + bille », démontrer qu'une bille est solution du problème si son rayon x vérifie l'équation : $x^3 - 150x + 536 = 0$.
   Pour la suite, on appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 150x + 536$.
2. (a) À l'aide de la calculatrice, tracer la courbe de f sur l'intervalle $[-14; 10]$.
   (b) Quel est le nombre visible de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $[-14; 10]$?
3. (a) Toujours à l'aide de la calculatrice, déterminer un intervalle contenant la solution R qui nous intéresse, dont les bornes sont des entiers consécutifs.
   (b) Comment peut-on justifier que sur cet intervalle, l'équation a une unique solution ?
   Autrement dit, déterminer des conditions nécessaires que la fonction f doit satisfaire pour qu'il y ait une unique solution à l'équation $f(x) = 0$ sur cet intervalle.
   (c) Obtenir, encore grâce à la calculatrice, une valeur approchée de R à 10^{-3} près.

LYCÉE MARIE CURIE **MATHCO**

Dans un récipient cylindrique de rayon 10 cm, on place une bille de rayon 4 cm.
On verse ensuite de l'eau jusqu'à recouvrir exactement la bille.
Puis on retire la bille et on la remplace par une autre de rayon R (différent de 4).
On souhaite pouvoir répondre à la question suivante :
Est-il possible que l'eau recouvre exactement cette nouvelle bille ?



1. (a) Calculer le volume d'eau versé dans le récipient.
   Voici ci-dessous les formules de volumes nécessaires :
   Cylindre de rayon r et de hauteur h : $\pi r^2 h$ Boule de rayon R : $\frac{4}{3}\pi R^3$
   (b) En calculant de deux manières différentes le volume « eau + bille », démontrer qu'une bille est solution du problème si son rayon x vérifie l'équation : $x^3 - 150x + 536 = 0$.
   Pour la suite, on appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 150x + 536$.
2. (a) À l'aide de la calculatrice, tracer la courbe de f sur l'intervalle $[-14; 10]$.
   (b) Quel est le nombre visible de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $[-14; 10]$?
3. (a) Toujours à l'aide de la calculatrice, déterminer un intervalle contenant la solution R qui nous intéresse, dont les bornes sont des entiers consécutifs.
   (b) Comment peut-on justifier que sur cet intervalle, l'équation a une unique solution ?
   Autrement dit, déterminer des conditions nécessaires que la fonction f doit satisfaire pour qu'il y ait une unique solution à l'équation $f(x) = 0$ sur cet intervalle.
   (c) Obtenir, encore grâce à la calculatrice, une valeur approchée de R à 10^{-3} près.