À la fin de la Renaissance, avec les avancées scientifiques et techniques, le monde connaît une explosion de découvertes : navigation, astronomie, etc. Mais les calculs, effectués à la main, sont longs et fastidieux.

1. On suppose connue la table suivante des valeurs de $1{,}1^n$, pour les entiers n allant de 0 à 13 (les résultats sont arrondis à 10^{-5}).

n	0	1	2	3	4	5	6
$1{,}1^n$	1	1,1	1,21	1,331	1,4641	1,61051	1,77156

n	7	8	9	10	11	12	13
$1{,}1^n$	1,94872	2,14359	2,35795	2,59374	2,85312	3,13843	3,45227

En particulier, on peut donc lire que $1{,}1^2 = 1{,}21$

On souhaite calculer des produits en utilisant ce tableau, mais sans effectuer nous-même de produit.

(a) On commence par le produit $1{,}331 \times 1{,}4641$.

i. Exprimer, à l'aide du tableau, chacun des deux nombres 1,331 et 1,4641 sous forme d'une puissance de 1,1.

ii. Utiliser les formules des puissances pour obtenir l'écriture du produit $1{,}331 \times 1{,}4641$ sous forme d'une unique puissance de 1,1.

iii. En déduire la valeur du produit en utilisant à nouveau le tableau.

(b) calculer les deux produits suivants de la même manière :

$$1{,}77156 \times 1{,}94872 \qquad 1{,}331 \times 2{,}14359$$

2. L'idée de remplacer les produits par des sommes commence donc à émerger. En 1614, l'écossais John Neper publie son traité *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (De la merveilleuse règle des logarithmes) et révolutionne les techniques calculatoires. L'anglais Henry Briggs améliore le procédé et publie en 1624 dans *Arithmetica logarithmetica* de nouvelles « tables de logarithmes ». Celles-ci furent très vite adoptées et utilisées jusqu'au milieu du XX^e siècle, les calculatrices devenant alors plus efficaces.

Nu.	Logarithmi
1	0,00000.00000
2	0,30102.99957
3	0,47712.12547
4	0,60205.99913
5	0,69897.00043
6	0,77815.12504
7	0,84509.80400
8	0,90308.99870
9	0,95424.25094
10	1,00000.00000
100	2,00000.00000
1000	3,00000.00000

(a) Après avoir observé les valeurs de $\log(1)$, $\log(10)$, $\log(100)$ et $\log(1000)$, expliquer pourquoi les logarithmes de Briggs sont qualifiés de « décimaux ».

(b) Calculer la somme $\log(2) + \log(3)$.
Le logarithme de quel entier retrouve-t-on ?

(c) Mêmes questions avec $\log(2) + \log(4)$ et $\log(2) + \log(5)$.

(d) Conjecturer alors l'expression de $\log(a)+\log(b)$ (avec a et b deux réels strictement positifs).

(e) À l'aide des extraits ci-dessous, déterminer la valeur du produit 114×786 :

114	2,05690.48513
...	...
786	2,89542.25460
...	...

29602	4,95231.77036
89603	4,95232.25505
89604	4,95232.73974
89605	4,95233.22442