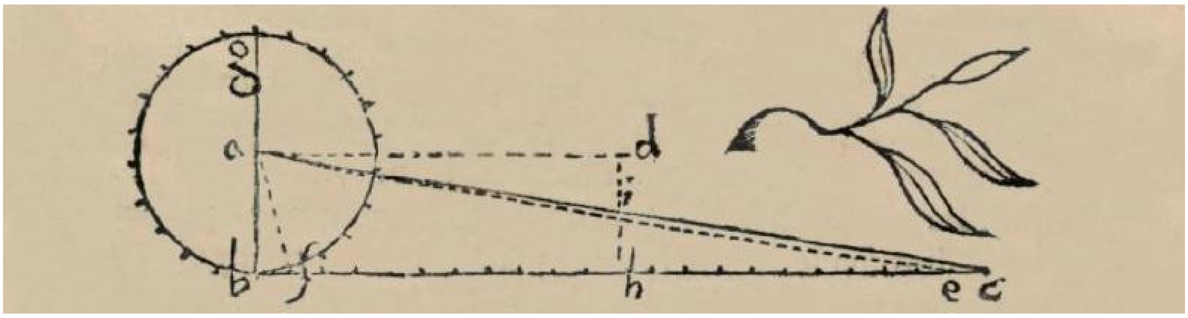
Au début de son ouvrage *Nova stereometria doliorum vinariorum* (Nouvelle mesure des tonneaux de vin), Johannes Kepler reprend les travaux d'Archimède : « L'aire du disque par rapport au carré du diamètre est comme 11 à 14 ». Il donne le schéma suivant :



Le raisonnement d'Archimède peut être résumé par la figure ci-dessous (extrait de l'ouvrage japonais Tengen Shinan, 1698) :

Archimède avait calculé que le rapport de la circonférence du cercle au diamètre était le même que 22 à 7.
En se basant sur les documents proposés, expliquer son affirmation concernant l'aire du disque.

Correction

L'ouvrage japonais Tengen Shinan montre que l'on peut découper le disque de manière à obtenir (presque) un rectangle.
Le disque est découpé en autant de (presque) triangles blancs que de noirs, qui ont tous les mêmes dimensions. Après découpage et assemblage, on obtient un (presque) rectangle qui a une hauteur égale à la moitié de circonférence (d'un côté les bases des triangles blancs, de l'autre celles des noirs) et pour largeur une moitié de diamètre (les hauteurs des triangles).
En notant l la circonférence, d le diamètre et A l'aire, on a donc :
$A = \dfrac{l}{2} \times \dfrac{d}{2} = \dfrac{ld}{4}$.
Or, en admettant que $\dfrac{l}{d} = \dfrac{22}{7}$ (le résultat d'Archimède),
On a alors $\dfrac{A}{d^2} = A \times \dfrac{1}{d^2} = \dfrac{ld}{4} \times \dfrac{1}{d^2} = \dfrac{ld}{4d^2} = \dfrac{l}{4d} = \dfrac{l}{d} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{22}{7} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{11 \times 2}{7 \times 4} = \dfrac{11}{14}$
Sur le schéma de Kepler, on voit le rectangle qui a pour largeur la moitié de la circonférence et pour hauteur la moitié du diamètre.
La mise en évidence que l'aire de ce rectangle est la même que celle du disque est peu claire, mais on voit un triangle qui débute le découpage montré dans le document japonais.