

Devoir maison n°3
31/01/2024

Définition Pour l'étude des performances d'un test de dépistage, après avoir défini les événements :

T : « le test est positif » ;

M : « le sujet souffre de la maladie étudiée »,

on utilise la terminologie suivante :

- la **prévalence** notée P est $\mathbb{P}(M)$;
- la **sensibilité** notée SE est $\mathbb{P}_M(T)$;
- la **spécificité** notée SP est $\mathbb{P}_{\overline{M}}(\overline{T})$;
- la **valeur prédictive positive** notée VPP est $\mathbb{P}_T(M)$;
- la **valeur prédictive négative** notée VPN est $\mathbb{P}_{\overline{T}}(\overline{M})$.

Lorsqu'un test est positif sur un sujet malade, on parle de **faux-positif**, et lorsqu'un test est négatif sur un sujet sain, on parle de **faux-négatif**.

Exercice 1

Une étude a été menée pour estimer les performances diagnostiques du test sérologique Luminex[®] de détection du virus Ebola. La sensibilité a été estimée à 90% et la spécificité à 95%.

Partie A – Étude du cas de la Guinée

En Guinée, la prévalence de l'infection au virus Ebola est estimée à 5%.

1. En reprenant les définitions et notations des événements ci-dessous, représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité qu'un test soit positif.
3. Calculer les valeurs prédictives positive et négative.
Interpréter dans le contexte de l'énoncé.
4. Calculer la probabilité qu'un test commette une erreur.

Partie B – Influence de la prévalence sur les résultats du test Luminex[®]

Dans cette partie, la proportion de malades dans la population est p (où $p \in]0; 1[$).

1. Exprimer $\mathbb{P}(T)$ en fonction de p .
2. En déduire $\mathbb{P}(\overline{T})$ en fonction de p .
3. Montrer que la valeur prédictive positive du test Luminex[®] est égale à $\frac{0,9p}{0,85p + 0,05}$.

De même, exprimer la valeur prédictive négative du test Luminex[®] en fonction de p .

4. (a) Ouvrir une feuille de calcul d'un tableur et compléter la première ligne comme ci-dessous.

	A	B	C
1	proportion de malades p	valeur prédictive positive VPP	valeur prédictive négative VPN
2	0,01	0,153846154	0,998937865
3	0,02	0,268656716	0,997856377

- (b) Dans la colonne A, entrer les valeurs de p comprises entre 0,1 et 0,99 avec un pas de 0,01.
- (c) Quelles formules peut-on saisir dans les cellules B2 et C2 pour compléter les colonnes B et C par recopie vers le bas ?

- (d) Tracer les graphiques représentant les valeurs prédictives en fonction de p .
 (Dans l'onglet Insertion, choisir Graphique puis Nuage de points)
- (e) Quelle semble être l'influence de la prévalence sur les valeurs prédictives ?
5. On note f la fonction qui à $p \in]0; 1[$ associe :

$$f(p) = \frac{0,9p}{0,85p + 0,05}$$

- (a) Étudier les variations de la fonction f sur $]0; 1[$.
- (b) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Dans la construction d'une enquête épidémiologique, il est fondamental de connaître la prévalence de la maladie, souvent faible (inférieure à 1%). Un dépistage systématique de toute la population pour une maladie rare a l'inconvénient de fournir beaucoup de faux-positifs. Ceci génère alors beaucoup d'inquiétude dans la population, c'est l'un des problèmes éthiques liés à la mise en place de tests de dépistage systématiques d'une maladie rare.

Partie C – Comparaison de deux tests

Un second test, Elisa, a été également utilisé en Guinée. Voici dans le tableau ci-dessous les résultats du test Elisa effectué sur un échantillon de 100 sujets malades et sur un autre échantillon de 100 sujets sains.

	Échantillon de sujets malades	Échantillon de sujets sains
Tests Elisa positifs	95	10
Tests Elisa négatifs	5	90

On supposera dans la suite que ces données peuvent être généralisées à l'ensemble de la population de la Guinée. Les données du test Luminex[®] sont celles citées précédemment. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses, et justifier vos réponses.

Affirmation 1 : Un individu malade est mieux détecté par le test Elisa que par le test Luminex[®].

Affirmation 2 : La probabilité d'erreur avec le test Elisa est plus faible qu'avec le test Luminex[®].

Affirmation 3 : Au Zaïre où la prévalence de l'infection au virus Ebola était plus élevée qu'en Guinée, la valeur prédictive positive avec le test Elisa est plus élevée qu'en Guinée.