

Devoir maison n°4  
27/03/2024

**Exercice 1 (Loi de Moore et ajustement exponentiel – 8 points)**

On donne ci-dessous l'évolution du nombre de transistors dans les processeurs de la marque Intel® avec les années :

Année	1971	1974	1979	1982	1985	1989	1993	1997	1999	2000
Rang de l'année $x_i$	0	3	8	11	14	18	22	26	28	29
Nombre de transistors (en milliers) $y_i$	2,3	6	29	134	275	1 200	3 100	7 500	9 500	42 000

1. Recopier et compléter le tableau suivant, en arrondissant à  $10^{-2}$  près.

Rang de l'année $x_i$	0	3	8	11	14	18	22	26	28	29
$z_i = \ln(y_i)$	0,83	...	...	...	...	...	...	...	...	10,65

2. Justifier qu'un ajustement affine de  $z$  en  $x$  (par la méthode des moindres carrés) est adapté.

3. (a) En montrant les formules à appliquer, déterminer les coordonnées du point moyen du nuage de points de coordonnées  $(x_i, z_i)$ .

(b) (**question bonus**) Quelle interpolation peut-on faire avec les données précédentes ? Détailler le raisonnement.

4. Déterminer, en arrondissant les coefficients à  $10^{-3}$  près, une équation de la droite de régression de  $z$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés.

5. Démontrer que l'ajustement précédent permet d'obtenir l'ajustement suivant de  $y$  en  $x$  :

$$y \simeq 2,754 e^{0,316x}$$

Pour la suite, on définit la fonction  $f$  par  $f(x) = 2,754 e^{0,316x}$ .

6. Gordon E. Moore, l'un des fondateurs de Intel®, énonce en 1975 la loi empirique suivante :

Le nombre de transistors des microprocesseurs sur une puce de silicium double tous les deux ans.

Calculer l'expression  $\frac{f(x+2)}{f(x)}$  (le résultat ne dépend plus de  $x$ ). Commenter le résultat.

Aide : On rappelle cette formule :  $e^{a+b} = e^a e^b$ .

7. En utilisant le modèle de l'ajustement de  $y$  en  $x$  précédent, déterminer le nombre de transistors que l'on pouvait prévoir pour un microprocesseur de 2012 (il était de 1 400 000 milliers).

**Exercice 2 (Ajustement logarithmique – 2 points)**

Le tableau ci-dessous donne la production d'électricité d'origine nucléaire en France, exprimée en milliards de kWh, entre 1979 et 2004.

Les rangs des années sont calculés par rapport à l'année 1975.

Année	1979	1985	1990	1995	2000	2001	2002	2003	2004
rang de l'année $x_i$	4	10	15	20	25	26	27	28	29
production $y_i$	37,9	213,1	297,9	358,8	395,2	401,3	416,5	420,7	427,7

La forme du nuage de point semble suggérer un ajustement logarithmique.

La calculatrice donne quelque chose que l'on peut arrondir de la manière suivante :

$$y = 197 \ln(x) - 237$$

Expliquer comment obtenir cela en utilisant un ajustement affine par la méthode des moindres carrés, à partir d'un nuage de points à définir.