

Devoir surveillé n°1
Correction

Exercice 1

1. $f(x) = 2x^2 - 4x + 7$ donc $f'(x) = 2 \times 2x - 4 \times 1 + 0 = 4x - 4$.

2. $g(x) = \left(\frac{1}{x} + x^5\right) e^x$, donc $g = uv$ avec $u(x) = \frac{1}{x} + x^5$ et $v(x) = e^x$.

Alors $u'(x) = -\frac{1}{x^2} + 5x^4$ et $v'(x) = e^x$.

Or $(uv)' = u'v + uv'$, donc $g'(x) = \left(-\frac{1}{x^2} + 5x^4\right) e^x + \left(\frac{1}{x} + x^5\right) e^x$.

On peut factoriser par e^x puis rassembler le reste sous forme d'une fraction :

$$g'(x) = \left(-\frac{1}{x^2} + 5x^4 + \frac{1}{x} + x^5\right) e^x = \frac{(x^7 + 5x^6 + x - 1) e^x}{x^2}.$$

3. $h(x) = \frac{5x - 1}{x^2 + 3x}$ donc h est de la forme $\frac{u}{v}$ avec $u(x) = 5x - 1$ et $v(x) = x^2 + 3x$.

Alors $u'(x) = 5$ et $v'(x) = 2x + 3$. Or $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

Donc :

$$\begin{aligned} h'(x) &= \frac{5(x^2 + 3x) - (5x - 1)(2x + 3)}{(x^2 + 3x)^2} \\ &= \frac{5x^2 + 15x - 10x^2 - 15x + 2x + 3}{(x^2 + 3x)^2} \\ &= \frac{-5x^2 + 2x + 3}{(x^2 + 3x)^2} \end{aligned}$$

4. $l(x) = \sqrt{2x + 1}$ donc l est de la forme $\sqrt{u}$ avec $u(x) = 2x + 1$.

Or $u'(x) = 2$ et $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ donc $l'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2x + 1}}$.

5. $m(x) = -4e^{5x^2 + 3x}$ donc m est de la forme $-4e^u$ avec $u(x) = 5x^2 + 3x$.

Or $u'(x) = 10x + 3$ et $(-4e^u)' = -4u'e^u$, donc $m'(x) = -4(10x + 3)e^{5x^2 + 3x}$.