

Devoir surveillé n°5
22/12/2023

Exercice 1 (Limites – 4 points)

Déterminer les limites suivantes (détailler) :

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3 - 2n)(n - 27)$

2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7}{2 + \frac{2}{n}}$

3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2 + \left(\frac{3}{2}\right)^n$

Exercice 2 (Limites – 3 points)

Soit u la suite définie pour tout entier $n \geq 0$ par :

$$u_n = -2n^2 + 15n + 3$$

1. Expliquer pourquoi, sous cette forme, la limite de u est indéterminée.
2. Appliquer la méthode vue en cours et obtenir la limite de la suite u .
3. La suite u converge-t-elle ?

Exercice 3 (Limites – 3 points)

Soit, pour $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{3 \sin(n) - 2}{n + 1}$.

Après avoir déterminé un encadrement de la suite u , en déduire la limite de u .

Exercice 4 (Suites arithmético-géométriques – 8 points)

Au 1^{er} janvier 2023, une association sportive compte 900 adhérents. On constate que chaque année, 25% des adhérents ne renouvellent pas leur adhésion, mais que 12 nouvelles personnes décident d'adhérer à l'association.

Pour tout $n \geq 0$, on note u_n le nombre d'adhérents de l'association l'année $(2023 + n)$.

On a donc $u_0 = 900$.

1. Justifier que, pour tout $n \geq 0$, $u_{n+1} = 0,75u_n + 12$.
2. Soit v la suite définie pour tout $n \geq 0$ par $v_n = u_n - 48$.
 - (a) Démontrer que v est géométrique, en préciser sa raison et son premier terme.
 - (b) En déduire que, pour tout $n \geq 0$, $u_n = 852 \times 0,75^n + 48$.
3. Déterminer la limite de la suite u . En donner une interprétation.
4. Les personnes qui dirigent l'association déclarent que l'association sera dissoute quand le nombre d'adhérents deviendra inférieur à 200.
Si on fait l'hypothèse que l'évolution du nombre d'adhérents se poursuit de la même façon, au bout de combien d'années faudra-t-il que l'association soit dissoute ?