LYCÉE MARIE CURIE **MATHCO**

2023–2024

Devoir surveillé n°7

16/02/2024

Exercice 1 (9 points)

Dans chacun des cas suivants :

- déterminer la limite demandée en détaillant suffisamment (et soyez précautionneux).
  Lorsque nécessaire, réécrire au préalable l'expression pour lever l'indéterminée éventuelle.
- indiquer si l'on peut en déduire l'existence d'une asymptote, et si c'est le cas en préciser les propriétés (orientation, équation, etc.).

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-15x+3}{2x^3+1}$ 2. $\lim\limits_{x\to-\infty} (\mathrm{e}^x-1)\left(5+\dfrac{1}{x^2}\right)$ 3. $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ x<3}} \dfrac{2x-1}{3-x}$ 4. $\lim\limits_{x\to-\infty} -3x^3+2x^2+2x+1$

Exercice 2 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=2x-\ln(x)$.

1. Déterminer la limite de f en 0.
2. On admet que, pour tout $x>0$, $\ln(x)<x$.
   (a) Démontrer alors que, pour tout $x>0$, $f(x)>x$.
   (b) En déduire la limite de f en $+\infty$.
3. Calculer la dérivée f' de f et justifier que $f'(x)=\dfrac{2x-1}{x}$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0;+\infty[$ puis en déduire le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$.

LYCÉE MARIE CURIE **MATHCO**

2023–2024

Devoir surveillé n°7

16/02/2024

Exercice 1 (9 points)

Dans chacun des cas suivants :

- déterminer la limite demandée en détaillant suffisamment (et soyez précautionneux).
  Lorsque nécessaire, réécrire au préalable l'expression pour lever l'indéterminée éventuelle.
- indiquer si l'on peut en déduire l'existence d'une asymptote, et si c'est le cas en préciser les propriétés (orientation, équation, etc.).

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-15x+3}{2x^3+1}$ 2. $\lim\limits_{x\to-\infty} (\mathrm{e}^x-1)\left(5+\dfrac{1}{x^2}\right)$ 3. $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ x<3}} \dfrac{2x-1}{3-x}$ 4. $\lim\limits_{x\to-\infty} -3x^3+2x^2+2x+1$

Exercice 2 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=2x-\ln(x)$.

1. Déterminer la limite de f en 0.
2. On admet que, pour tout $x>0$, $\ln(x)<x$.
   (a) Démontrer alors que, pour tout $x>0$, $f(x)>x$.
   (b) En déduire la limite de f en $+\infty$.
3. Calculer la dérivée f' de f et justifier que $f'(x)=\dfrac{2x-1}{x}$.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0;+\infty[$ puis en déduire le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$.