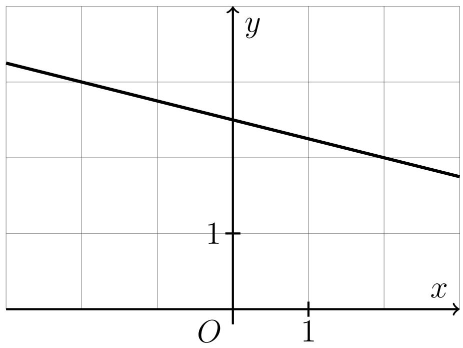
LYCÉE MARIE CURIE **MATHCO**
2023–2024

Devoir surveillé n°8
10/04/2024

Exercice 1 (Primitives – 4 points)
Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 5x^2 - x + 4$
2. $g(x) = \dfrac{5}{x} + 2\,\mathrm{e}^x$
3. $h(x) = 2 - \dfrac{3}{x^2}$
4. $l(x) = \mathrm{e}^{5x+2}$

Exercice 2 (Intégrales (vision géométrique) – 2 points)
On donne ci-contre la représentation graphique de la fonction f définie par : $f(x) = -\dfrac{1}{4}x + \dfrac{5}{2}$.



1. Représenter sur la figure la surface délimitée par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses, et les droites d'équation $x = -2$ et $x = 2$.
2. Noter l'aire de la surface décrite précédemment sous forme d'intégrale et calculer sa valeur simplement à l'aide de calculs de surfaces de figures géométriques.

Exercice 3 (Intégrales (calculs) – 6 points)

1. (a) Démontrer que la fonction F définie par : $F(x) = \dfrac{2}{3}x\sqrt{x}$ est une primitive de la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{x}$ sur $\mathbb{R}$.
   (b) En déduire la valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_0^9 f(t)dt$.
2. Calculer l'intégrale suivante (en détaillant) :

$$\int_1^2 (-t^3 + 2t^2 + 1)(-3t^2 + 4t)dt$$

Exercice 4 (Bonus – 3 points)
Cet exercice est facultatif. Toute trace de recherche pertinente pourra être comptée.
On admet que :

- un exposant peut être un nombre réel (on le sait déjà avec l'exponentielle : $\exp(x) = \mathrm{e}^x$).
- la formule des primitives de fonctions f telles que $f(x) = x^n$ (avec n entier différent de 1) donnée en cours est valable pour tout nombre **réel** $\mathbf{n \neq 1}$.

1. Justifier que la notation $x^{1/2}$ convient pour le nombre $\sqrt{x}$.
   Aide : on rappelle que la racine carrée de $x > 0$ est le nombre (positif) dont le carré vaut x.
2. Montrer alors que la formule (à rappeler ici) de la primitive de la fonction f définie par $f(x) = x^n$ permet d'obtenir la primitive donnée dans l'exercice 3, autrement dit $F(x) = \dfrac{2}{3}x\sqrt{x}$.