Modèles continus
Correction partielle

Exercice 11

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8. On a :

$$\begin{aligned}\frac{2\,\mathrm{e}^{0,5x}}{\mathrm{e}^{0,5x}+1} &= \frac{2\,\mathrm{e}^{0,5x}}{\mathrm{e}^{0,5x}\left(1+\dfrac{1}{\mathrm{e}^{0,5x}}\right)}\\ &= \frac{2}{1+\dfrac{1}{\mathrm{e}^{0,5x}}}\\ &= \frac{2}{1+\mathrm{e}^{-0,5x}}\end{aligned}$$

Comme $\lim\limits_{x\to+\infty} -0,5x = -\infty$, on a $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{-0,5x} = 0$.

Par conséquent, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \dfrac{2}{1+0} = 2$.

Exercice 12

1.
2.
3.
4. $F(x) = -2\times\dfrac{1}{3}x^3 + 3\times\dfrac{1}{2}x^2 - x = -\dfrac{2}{3}x^3 + \dfrac{3}{2}x^2 - x$.
5.
6. $F(x) = x - \dfrac{1}{2}x^2 + 2e^x$.
7.
8. $(x) = 5\times\dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{3}{x} = \dfrac{5}{2}x^2 + \dfrac{3}{x}$.
9.
10. $F(x) = -3\times 2\sqrt{x} + \mathrm{e}^{2x} - \dfrac{1}{2}x = -6\sqrt{x} + \mathrm{e}^{2x} - \dfrac{x}{2}$.
11. $F(x) = \mathrm{e}^{-2x+1}$, car en posant $u(x) = -2x+1$, on a $u'(x) = -2$, et $f = u'\,\mathrm{e}^u$ donc $F = \mathrm{e}^u$.

12. On pose $u(x) = 3x + 1$. Alors $u'(x) = 3$.
    On écrit alors $f(x) = \dfrac{1}{3} \times 2\,\mathrm{e}^{3x+1}$, donc $f = \dfrac{1}{3}u'\,\mathrm{e}^u$, et $F = \dfrac{1}{3}\,\mathrm{e}^u$.
    Ainsi, $F(x) = \dfrac{1}{3}\,\mathrm{e}^{3x+1}$.
13. On pose $u(x) = x - 1$. Alors $u'(x) = 1$, et $f = \dfrac{u'}{u^2}$. Alors $F = -\dfrac{1}{u}$.
    Ainsi, $F(x) = -\dfrac{1}{x-1}$.
14. On pose $u(x) = x^2 + 2x$. Alors $u'(x) = 2x + 2$, et on peut écrire $f(x) = \dfrac{1}{2}(2x+2)\,\mathrm{e}^{x^2+2x}$.
    Donc $f = \dfrac{1}{2}u'\,\mathrm{e}^u$, et alors $F = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{e}^u$.
    Ainsi, $F(x) = \dfrac{1}{2}\,\mathrm{e}^{x^2+2x}$.
15. On pose $u(x) = x - \mathrm{e}^{-x}$. Alors $u'(x) = 1 - (-\,\mathrm{e}^{-x}) = 1 + \mathrm{e}^{-x}$.
    Alors $f = 2uu'$, et donc $F = u^2$.
    Ainsi, $F(x) = (x - \mathrm{e}^{-x})^2$.

Exercice 13

1.
2.
3. On pose $u(x) = x^3$. Alors $u'(x) = 3x^2$ et $y' = u'\,\mathrm{e}^u + 1$, donc f (solution de l'équation différentielle) est de la forme $f(x) = \mathrm{e}^{u(x)} + x + C = \mathrm{e}^{x^3} + x + C$, avec C réel à déterminer.
    Or :
    $$\begin{aligned} f(0) = -2 &\Leftrightarrow \mathrm{e}^{0^3} + 0 + C = -2 \\ &\Leftrightarrow 1 + C = -2 \\ &\Leftrightarrow C = -3 \end{aligned}$$
    Ainsi, $f(x) = \mathrm{e}^{x^3} + x - 3$.
4. On pose $u(x) = x^2 - 1$. alors $u'(x) = 2x$, et $y' = -\dfrac{1}{2}(2x)\,\mathrm{e}^{x^2-1}$.
    Alors $f(x) = -\dfrac{1}{2}\,\mathrm{e}^{x^2-1} + C$, avec C réel à déterminer.
    Or :
    $$\begin{aligned} f(1) = 1 &\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\,\mathrm{e}^{1^2-1} + C = 1 \\ &\Leftrightarrow -\frac{1}{2} + C = 1 \\ &\Leftrightarrow C = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$
    Alors $f(x) = -\dfrac{1}{2}\,\mathrm{e}^{x^2-1} + \dfrac{3}{2}$.
5. On pose $u(x) = x^2 + 2x - 3$, alors $u'(x) = 2x + 2$.
    Alors $y' = -\dfrac{1}{2} \times 2(2x+2)(x^2+2x-3)$, de la forme $-\dfrac{1}{2} \times 2u'u$.
    Ainsi, $f = -\dfrac{1}{2} \times u^2 + C$,
    autrement dit $f(x) = -\dfrac{1}{2} \times (x^2+2x-3)^2 + C$, avec C réel à déterminer.

Or :

$$\begin{aligned} f(0)=2 &\Leftrightarrow -\frac{1}{2}(-3)^2+C=2 \\ &\Leftrightarrow -\frac{9}{2}+C=2 \\ &\Leftrightarrow C=2+\frac{9}{2}=\frac{13}{2} \end{aligned}$$

Alors $f(x)=-\frac{1}{2}\times(x^2+2x-3)^2+\frac{13}{2}$.

Exercice 14

1. Il est important de se rappeler que si F est une primitive de f, alors f est la dérivée de F.
   Or, si on veut les variations de F, il suffit de connaître le signe de sa dérivée, donc le signe de f.
   Dans le tableau de variation, on nous donne les valeurs qui annulent f.
   Sur $]-\infty;0]$, $f(x)\leqslant 0$, donc F est décroissante.
   Sur $[0;+\infty[$, $f(x)\geqslant 0$, donc F est croissante.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
F		$\searrow$		$\nearrow$	

2. Formule de l'équation de tangente au point a : $y=F'(a)(x-a)+F(a)$.
   Ici, $a=1$
   Or $F'(a)=f(a)=f(1)=2$, et $F(a)=F(1)=-3$.
   Alors l'équation est $y=2(x-1)-3$, soit $y=2x-5$.

Exercice 15

1. F est croissante à condition que sa dérivée f soit positive.
   Or f est positive sur $]-\infty;6]$ et négative sur $[6;+\infty[$;
   Donc F est croissante sur $]-\infty;6]$ et décroissante sur $[6;+\infty[$.

x	$-\infty$		6		$+\infty$
F		$\nearrow$		$\searrow$	

2. La fonction F admet des tangentes horizontales aux points où sa dérivée f s'annule, autrement dit en 0 et en 6.

   On notera que f s'annule deux fois (en 0 et en 6), mais ne change de signe qu'autour de 6. Ainsi, en 6 on a un extremum, alors qu'en 0 il s'agit seulement d'un point d'inflexion particulier.
3. On a $f(2)=F'(2)=2$.
   Donc le coefficient directeur de la tangente à la courbe de F en 2 vaut 2.

Exercice 16

Pour identifier la bonne courbe, on rappelle que f est la dérivée de F, donc on s'intéresse à son signe, tandis que l'on s'intéresse aux variations de F.
Or f est négative sur $]-\infty;-1]$ et positive sur $[-1;+\infty[$.
Donc F est décroissante sur $]-\infty;-1]$ et croissante sur $[-1;+\infty[$. La seule courbe qui vérifie cela est la troisième, $\mathscr{C}_3$.

Exercice 17

Le signe de l'une des deux courbes doit correspondre aux variations de l'autre.
Les valeurs des intervalles qui suivent sont approchées (c'est une lecture graphique).
On observe que la fonction représentée par $\mathscr{C}_2$ est négative sur $]-\infty; -3.8]$, positive sur $[-3{,}8; 1]$, négative sur $[1; 5{,}3]$ puis positive sur $[5{,}3; +\infty[$.
Il se trouve que la fonction représentée par $\mathscr{C}_1$ est décroissante sur $]-\infty; -3{,}8]$, croissante sur $[-3{,}8; 1]$, décroissante sur $[1; 5{,}3]$ puis croissante sur $[5{,}3; +\infty[$.
Donc la fonction représentée par $\mathscr{C}_2$ peut être la dérivée de celle représentée par $\mathscr{C}_1$. Autrement dit La courbe de f est $\mathscr{C}_2$ et celle de F est $\mathscr{C}_1$.
On peut observer par exemple que sur $[0{,}1]$, la fonction représentée par $\mathscr{C}_1$ est positive, alors que celle représentée par $\mathscr{C}_2$ est décroissante, donc l'autre sens est impossible.

Exercice 18

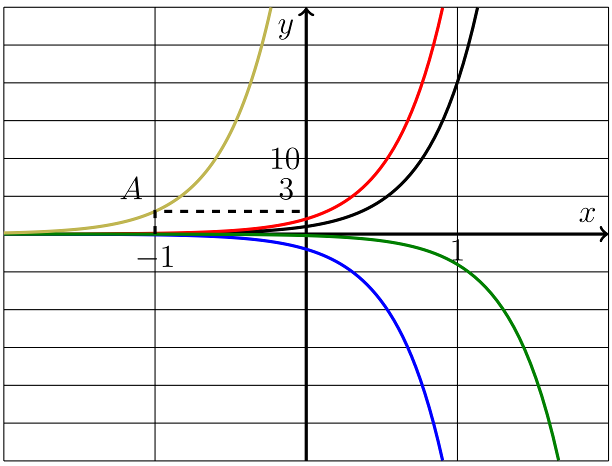
1. $y' = 2y$ a pour solution $f(x) = k\,\mathrm{e}^{2x}$ (d'après le cours), avec $k \in \mathbb{R}$.
2. $y' = -y$ a pour solution $f(x) = k\,\mathrm{e}^{-x}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
3. $4y' + 3y = 0 \Leftrightarrow y' = -\dfrac{3}{4}y$.
   L'équation a pour solution $f(x) = k\,\mathrm{e}^{-\frac{3x}{4}}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
4. $-3y + 5y' = 0 \Leftrightarrow y' = \dfrac{3}{5}y$.
   L'équation a pour solution $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{3x}{5}}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
5. On a $2y' - 3y = y' + y \Leftrightarrow y' = 4y$.
   Les solutions f sont telles que $f(x) = k\,\mathrm{e}^{4x}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
6. On a $2(y' + 2y) = 3y' + 5y \Leftrightarrow 2y' + 4y = 3y' + 5y \Leftrightarrow y' = -y$.
   Les solutions f sont telles que $f(x) = k\,\mathrm{e}^{-x}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Exercice 19

1. $y' + y = 0 \Leftrightarrow y' = -y$ a pour solution $f(x) = k\,\mathrm{e}^{-x}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
   Or $f(0) = 1$, donc $k \times 1 = 1$, et $k = 1$. Donc $f(x) = \mathrm{e}^{-x}$.
2. $3y' - y = 0 \Leftrightarrow y' = \frac{1}{3}y$ a pour solution $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{x}{3}}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
   Or $f(-1) = 3$, donc $k \times \mathrm{e}^{-\frac{1}{3}} = 3$, soit $k = \dfrac{3}{3}\mathrm{e}^{-\frac{1}{3}} = 3\,\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}$.
   Donc $f(x) = 3\,\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{e}^{\frac{x}{3}} = 3\,\mathrm{e}^{\frac{1}{3}+\frac{x}{3}} = 3\,\mathrm{e}^{\frac{x+1}{3}}$.

Exercice 20

1. Les solutions f de (E) sont telles que $f(x) = k\,\mathrm{e}^{3x}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
2. Voici des courbes, avec $k = 1$ (noire), $k = 2$ (rouge), $k = -2$ (bleue) et $k = -0{,}2$ (verte) :



3. $f(0) = -2 \Leftrightarrow k\,\mathrm{e}^0 = -2 \Leftrightarrow k = -2$.
   Ainsi, $f(x) = -2\,\mathrm{e}^{3x}$ (celle dont on a tracé la courbe en bleu).
4. Si la courbe passe par le point A de coordonnées $(-1;3)$, c'est que $f(-1) = 3$. Or :
   $f(-1) = 3 \Leftrightarrow k\,\mathrm{e}^{-3} = 3 \Leftrightarrow k = 3\,\mathrm{e}^3$.
   Ainsi, $f(x) = 3\,\mathrm{e}^{3x+3}$ (courbe tracée en jaune).

Exercice 21

1. On a l'équation $y' = -0{,}08y$, donc $f(x) = k\,\mathrm{e}^{-0{,}08x}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
   Or on sait que $f(0) = 2$, donc $k\,\mathrm{e}^{-0{,}16} = 2$, soit $k = 2\,\mathrm{e}^{0{,}16}$.
   Ainsi, $f(x) = 2\,\mathrm{e}^{-0{,}08x+0{,}16}$
2. La quantité présente au bout de 12 heures est $f(12) \simeq 0{,}90$ cm^3.

Exercice 22

1. Comme la courbe passe par $A(0;2)$ on a $f(0) = 2$.
   La tangente au point A (d'abscisse 0) passe par $A(0;2)$ et par $B(-3;1)$.
   Son coefficient directeur est donc $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{1-2}{-3-0} = \dfrac{1}{3}$.
   On en déduit que $f'(0) = \dfrac{1}{3}$.
2. Comme $y' = ay$, on a $f'(0) = af(0)$, donc $\dfrac{1}{3} = a \times 2$.
   Ainsi, $a = \dfrac{1}{6}$.
3. L'équation étant alors $y' = \dfrac{1}{6}y$, la fonction f a pour expression $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{1}{6}x}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
   Or $f(0) = 2$, donc $k\,\mathrm{e}^0 = 2$, soit $k = 2$.
   Finalement, $f(x) = 2\,\mathrm{e}^{\frac{x}{6}}$.

Exercice 23

Pour la solution constante, on rappelle que $y = \alpha$ et $y' = 0$.

1. Solution constante : $0 = -3\alpha + 2 \Leftrightarrow \alpha = \dfrac{2}{3}$.
   Ainsi, $f(x) = k\,\mathrm{e}^{-3x} + \dfrac{2}{3}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
2. Solution constante : $0 = \dfrac{1}{2}\alpha - \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow \alpha = \dfrac{3}{2}$.
   Ainsi, $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{1}{2}x} + \dfrac{3}{2}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
3. $2y' - 3y = 1 \Leftrightarrow y' = \dfrac{3}{2}y + \dfrac{1}{2}$.
   Solution constante : $0 = \dfrac{3}{2}\alpha + \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \alpha = -\dfrac{1}{3}$.
   Ainsi, $f(x) = k\,\mathrm{e}^{\frac{3}{2}x} - \dfrac{1}{3}$, avec $k \in \mathbb{R}$.
4. $-y' + y - 2 = 0 \Leftrightarrow y' = y - 2$.
   Solution constante : $0 = \alpha - 2 \Leftrightarrow \alpha = 2$.
   Ainsi, $f(x) = k\,\mathrm{e}^x + 2$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Exercice 24

1. Solution constante : $0 = 2\alpha - 5 \Leftrightarrow \alpha = \dfrac{5}{2}$.
   Ainsi, $f(x) = k\,\mathrm{e}^{2x} + \dfrac{5}{2}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Or $f(0)=3 \Leftrightarrow k\,\mathrm{e}^0+\dfrac{5}{2}=3 \Leftrightarrow k=3-\dfrac{5}{2}=\dfrac{1}{2}$.

Donc $f(x)=\dfrac{1}{2}\,\mathrm{e}^{2x}+\dfrac{5}{2}$

2. $5y'-3y=2 \Leftrightarrow y'=\dfrac{3}{5}y+\dfrac{2}{5}$.

   Solution constante : $0=\dfrac{3}{5}\alpha+\dfrac{2}{5} \Leftrightarrow \alpha=-\dfrac{2}{3}$.

   Ainsi, $f(x)=k\,\mathrm{e}^{\frac{3}{5}x}-\dfrac{2}{3}$, avec $k\in\mathbb{R}$.

   Or $f(1)=-1 \Leftrightarrow k\,\mathrm{e}^{\frac{3}{5}}-\dfrac{2}{3}=-1 \Leftrightarrow k=\dfrac{-\dfrac{1}{3}}{\mathrm{e}^{\frac{3}{5}}}=-\dfrac{1}{3}\,\mathrm{e}^{-\frac{3}{5}}$.

   Donc $f(x)=-\dfrac{1}{3}\,\mathrm{e}^{\frac{3}{5}(x-1)}-\dfrac{2}{3}$.

3. $y'+2y=3 \Leftrightarrow y'=-2y+3$.

   Solution constante : $0=-2\alpha+3 \Leftrightarrow \alpha=\dfrac{3}{2}$.

   Ainsi, $f(x)=k\,\mathrm{e}^{-2x}+\dfrac{3}{2}$, avec $k\in\mathbb{R}$.

   Or $f(0)=-3 \Leftrightarrow k\,\mathrm{e}^0+\dfrac{3}{2}=-3 \Leftrightarrow k=-\dfrac{9}{2}$.

   Alors $f(x)=-\dfrac{9}{2}\,\mathrm{e}^{-2x}+\dfrac{3}{2}$.

4. $y'-5y+10=0 \Leftrightarrow y'=5y-10$.

   Solution constante : $0=5\alpha-10 \Leftrightarrow \alpha=2$.

   Ainsi, $f(x)=k\,\mathrm{e}^{5x}+2$, avec $k\in\mathbb{R}$.

   Or $f(1)=0 \Leftrightarrow k\,\mathrm{e}^5+2=0 \Leftrightarrow k=-2\,\mathrm{e}^{-5}$.

   Alors $f(x)=-2\,\mathrm{e}^{5(x-1)}+2$.

5. $2y'+y=-3 \Leftrightarrow y'=-\dfrac{1}{2}y-\dfrac{3}{2}$.

   Solution constante : $\alpha=-3$ (immédiat à partir de l'équation de départ).

   Ainsi, $f(x)=k\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x}-3$, avec $k\in\mathbb{R}$.

   Or $f(0)=2 \Leftrightarrow k\,\mathrm{e}^0-3=2 \Leftrightarrow k=5$.

   Alors $f(x)=5\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}x}-3$.

Exercice 25

1. On a $0=-0{,}14\alpha+2{,}8 \Leftrightarrow \alpha=20$.
2. L'ensemble des solutions est celui des fonctions f telles que $f(t)=k\,\mathrm{e}^{-0{,}14t}+20$, avec $k\in\mathbb{R}$.
3. On sait que $f(0)=0$ (la quantité dissoute est nulle quand on vient juste de placer la substance), donc $k\times\mathrm{e}^0+20=0$, soit $k=-20$.

   Ainsi, $f(t)=-20\,\mathrm{e}^{-0{,}14t}+20$ (on remarque que cela tend vers 20 quand t tend vers $+\infty$).

   Comme t est en minutes, la quantité dissoute au bout de 10 minutes est :

   $f(10)=-20\,\mathrm{e}^{-1{,}4}+20\simeq 15$ g.

Exercice 26

1. $y'+\dfrac{1}{2}y=10 \Leftrightarrow y'=-\dfrac{1}{2}y+10$.

   Solution constante : $0=-\dfrac{1}{2}\alpha+10 \Leftrightarrow \alpha=20$.

   Ainsi, $f(t)=k\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t}+20$, avec $k\in\mathbb{R}$.

2. On sait que $f(0) = 220$, donc $k\,\mathrm{e}^0 + 20 = 220$, donc $k = 200$.
   Alors $f(t) = 200\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t} + 20$.
3. (a) On a $f'(t) = 200 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t} = -100\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t}$.
   Or l'exponentielle est toujours positive, donc $f'(t)$ est toujours négative.
   On en déduit que f est décroissante.
   (b) On a $\lim\limits_{t\to+\infty} -\dfrac{1}{2}t = -\infty$, donc $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 200 \times 0 + 20 = 20$.
   (c) Des deux questions précédentes on peut conclure que l'objet refroidit et que sa température s'approche avec le temps des 20°C.

Exercice 27

1. Comme $v = d'$, on a $v' = d''$.
   Alors :

$$\begin{aligned} 200d'' + 25d' = 50 &\Leftrightarrow 200v' + 25v = 50 \\ &\Leftrightarrow v' = -\frac{25}{200}v + \frac{50}{200} \\ &\Leftrightarrow v' = -0{,}125v + 0{,}25 \end{aligned}$$

   En notant $y' = v'$ et $y = v$, on a bien $y' = -0{,}125y + 0{,}25$.
2. (a) Solution constante : $0 = -0{,}125\alpha + 0{,}25 \Leftrightarrow \alpha = \dfrac{0{,}25}{0{,}125} = 2$.
   Ainsi, $v(t) = k\,\mathrm{e}^{-0{,}125t} + 2$, avec $k \in \mathbb{R}$.
   (b) On a $v(0) = 0 \Leftrightarrow k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = -2$.
   Donc $v(t) = -2\,\mathrm{e}^{-0{,}125t} + 2$.
   (c) On a $\lim\limits_{t\to+\infty} -0{,}125t = -\infty$, donc $\lim\limits_{t\to+\infty} v(t) = -2 \times 0 + 2$.
   Le chariot voit sa vitesse tendre vers 2 m·s^{-1}.
3. (a) la fonction d est une primitive de v (car $d' = v$).
   (b) On pose $u(t) = -0{,}125t$. Alors $u'(t) = -0{,}125$.
   Alors $v(t) = \dfrac{2}{0{,}125} \times (-0{,}125\,\mathrm{e}^{-0{,}125t}) + 2 = 16\,(-0{,}125\,\mathrm{e}^{-0{,}125t}) + 2$.
   On a alors $d(t) = 16\,\mathrm{e}^{-0{,}125t} + 2t + C$.
   Or $d(0) = 0$, donc $16 + 0 + C = 0$, ce qui donne $C = -16$.
   On déduit alors que $d(t) = 16\,\mathrm{e}^{-0{,}125t} + 2t - 16$.
   (En fait, pour répondre à la question, on peut aussi se contenter de vérifier que la dérivée de la fonction donnée dans l'énoncé donne bien v, et que l'image de 0 vaut bien 0)
   (c) La distance parcourue au bout de 30 secondes est : $d(30) = 44{,}4$ m (au décimètre près...)

Exercice 28

1. (a) $g(0) = \dfrac{1}{f(0)} = \dfrac{1}{0{,}01} = 100$
   (b) On sait que f vérifie l'équation $f' = 0{,}05f(1 - f)$.
   En notant $g = y$, et $g' = y'$,
   alors $y = \dfrac{1}{f}$ et $y' = -\dfrac{f'}{f^2}$.

Ainsi,

$$\begin{aligned} y' = -\frac{0{,}05f(1-f)}{f^2} &\Leftrightarrow y' = -\frac{0{,}05(1-f)}{f} \\ &\Leftrightarrow y' = -\frac{0{,}05 - 0{,}05f}{f} \\ &\Leftrightarrow y' = -0{,}05\frac{1}{f} + 0{,}05 \\ &\Leftrightarrow y' = -0{,}05y + 0{,}05 \end{aligned}$$

(c) Solution constante : $0 = -0{,}05\alpha + 0{,}05 \Leftrightarrow \alpha = 1$.
Alors $g(t) = k\,\mathrm{e}^{-0{,}05t} + 1$, avec $k \in \mathbb{R}$.
Or $g(0) = 100 \Leftrightarrow k\,\mathrm{e}^{0} + 1 = 100 \Leftrightarrow k = 99$.
Ainsi, $g(t) = 99\,\mathrm{e}^{-0{,}05t} + 1$.

2. (a) Comme $g(t) = \dfrac{1}{f(t)}$, on a $f(t) = \dfrac{1}{g(t)} = \dfrac{1}{99\,\mathrm{e}^{-0{,}05t} + 1}$.

(b) Après 30 jours, le pourcentage de la population infectée est :
$f(30) = \dfrac{1}{99\,\mathrm{e}^{-0{,}05\times 30} + 1} \simeq 0{,}04$, soit 4%.
Au bout de 60 jours, le modèle donne déjà 17%. Au bout de 90 jours, 48%.