

Devoir surveillé n°6 – NSI
16/01/2024

Exercice 1 (Coût – 2 points)

On considère l’algorithme écrit en langage Python ci-dessous :

```
S=0
for i in range(n):
    x=i
    for j in range(1,5):
        x=x+j
    S=S+x
```

1. Quel est le nombre de sommes effectuées en fonction de n ? Expliquer.
2. Quelle est la complexité (linéaire, quadratique, etc.) de l’algorithme en fonction de n ?

Exercice 2 (Coût – 4 points)

Indiquer le coût, en fonction de n , de chacun des extraits d’algorithmes suivants, en expliquant. Pour cela, évaluer le nombre de fois que la boucle se répète.

1.

```
x = 0
while x<n:
    x = x+1
```

2.

```
x = 1
while x<n:
    x = x*2
```

3.

```
x = 0
while x<n:
    x = x+1/n
```

Exercice 3 (Validité – 9 points)

On considère ci-contre une fonction écrite en langage Python. La variable n est un entier naturel et b est un flottant. On rappelle que :

- $n\%d$ renvoie le reste de la division de n par d ;
- $n//d$ renvoie le quotient de la division de n par d .

1. Que retourne la fonction lorsque $b=2$ et $n=4$?

Détailler l’exécution de l’algorithme.

Pour cela, recopier et compléter le tableau ci-dessous pour détailler les valeurs des conditions et variables à chaque itération de la boucle.

```
def fonction(b,n):
    x = b
    k = n
    z = 1
    while k != 0:
        if k%2 == 1:
            z = z*x
        x = x*x
        k = k//2
    return z
```

Étape	k en début	k!=0	k%2 == 1	z	x	k en fin
1						
...						

3. Démontrer que la boucle se termine.
4. Démontrer que la propriété « $z \times x^k = b^n$ et $k \geq 0$ » est un invariant de la boucle. Aide : si k est un entier et k' est le quotient de la division de k par 2, alors :
 - si k est impair, alors $k = 2k' + 1$;
 - sinon k est pair et $k = 2k'$.
5. En déduire la valeur retournée, en fonction de b et n .