Devoir surveillé n°4
Correction

Exercice 1

1. Le troisième terme est $u_2 = -3 \times 2^2 + 1 = -11$.
2. On a $w_2 = 3w_1 - 2 \times 1 + 1 = 3 \times 4 - 2 \times 1 + 1 = 11$.

Exercice 2

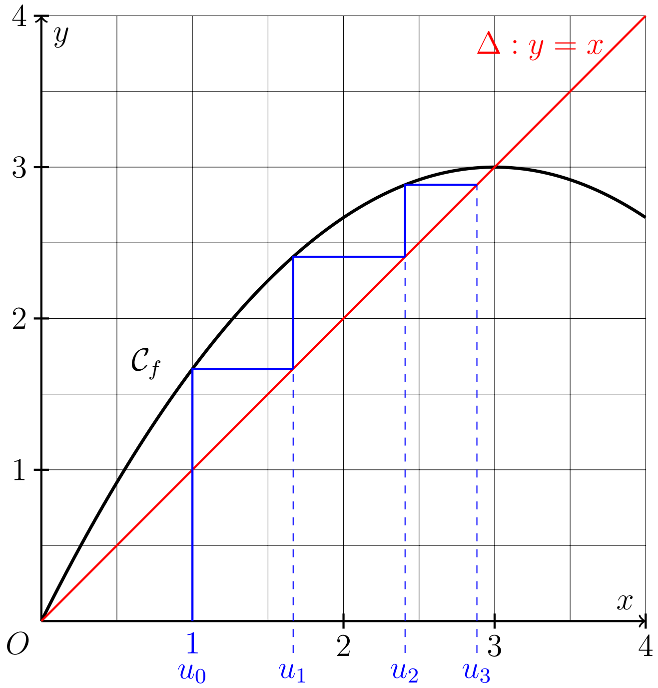
1. On a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= 5(n+1)^2 - 2(n+1) - 14 - (5n^2 - 2n - 14) && \text{(parenthèses !)} \\ &= 5(n^2 + 2n + 1) - 2n - 2 - 14 - 5n^2 + 2n + 14 && \text{(parenthèses encore !)} \\ &= 5n^2 + 10n + 5 - 2 - 5n^2 && \text{(on distribue et on simplifie)} \\ &= 10n + 3 \end{aligned}$$

   Or $n \geqslant 0$, donc $10n + 3 \geqslant 0$. Ainsi, $u_{n+1} - u_n$ est toujours positif.
2. On en déduit que la suite u est croissante.

Exercice 3

1. Le premier terme, $u_0 = 1$, est donné. Les deux suivants sont :
   $u_1 = -\dfrac{1}{3} \times 1^2 + 2 \times 1 = -\dfrac{1}{3} + 2 = \dfrac{5}{3}$ (ce qui vaut environ 1,66)
   et $u_2 = -\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{5}{3}\right)^2 + 2 \times \dfrac{5}{3} = -\dfrac{25}{27} + \dfrac{10}{3} = \dfrac{65}{27}$ (ce qui vaut environ 2,41).
2. On a :



3. Le suite u semble croissante

Devoir surveillé n°4 bis
06/12/2024

Exercice 1

1. Le quatrième terme est $u_3 = -3^2 + 2 \times 3 + 5 = -9 + 6 + 5 = 2$.
2. On a $w_2 = 5 \times 1 - 2 + 3w_1 = 5 \times 1 - 2 + 3 \times 2 = 9$.

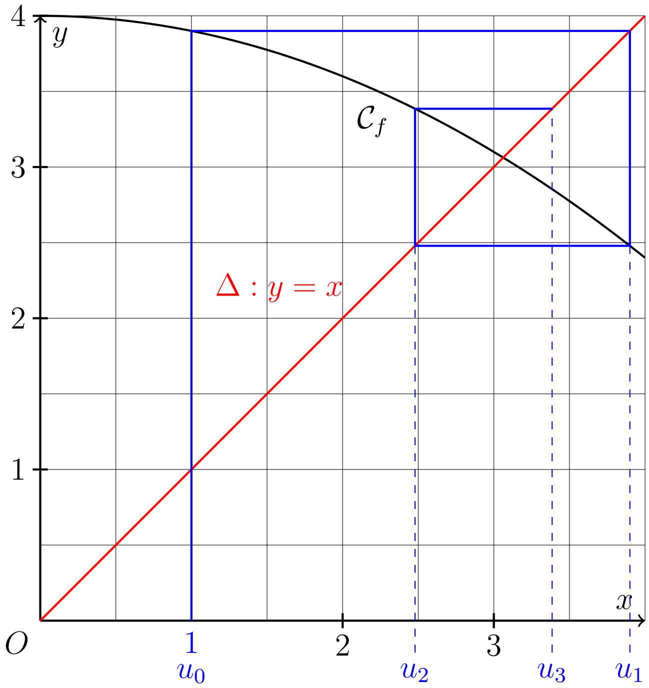
Exercice 2

1. Exprimer puis déterminer le signe de $u_{n+1} - u_n$.
2. En déduire les variations de la suite u.

1. On a :
$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= 5 - \frac{3}{(n+1)+1} - \left(5 - \frac{3}{n+1}\right) \\ &= \frac{3}{n+2} + \frac{3}{n+1} \\ &= \frac{3(n+1)+3(n+2)}{(n+1)(n+2)} \\ &= \frac{6n+9}{(n+1)(n+2)} \end{aligned}$$
Or $n \geqslant 0$, donc tout est positif dans l'expression. Ainsi, $u_{n+1} - u_n$ est toujours positif.
2. On en déduit que la suite u est croissante.

Exercice 3

1. Le premier terme, $u_0 = 1$, est donné. Les deux suivants sont :
$u_1 = 4 - 0{,}1 \times 1^2 = 4 - 0{,}1 = 3{,}9$.
et $u_2 = 4 - 0{,}1 \times 3{,}9^2 = 2{,}479$.
2. On a :



3. On observe que u est non monotone.