

Mathématiques complémentaires
Devoir surveillé de substitution du trimestre 2
24/02/2025

L'énoncé, qui est à compléter pour l'un des exercices, est à rendre avec la copie.

Les exercices 1 à 5 portent sur les thèmes des suites.

L'exercice 6 porte sur les statistiques à deux variables, plus précisément les ajustements affines.

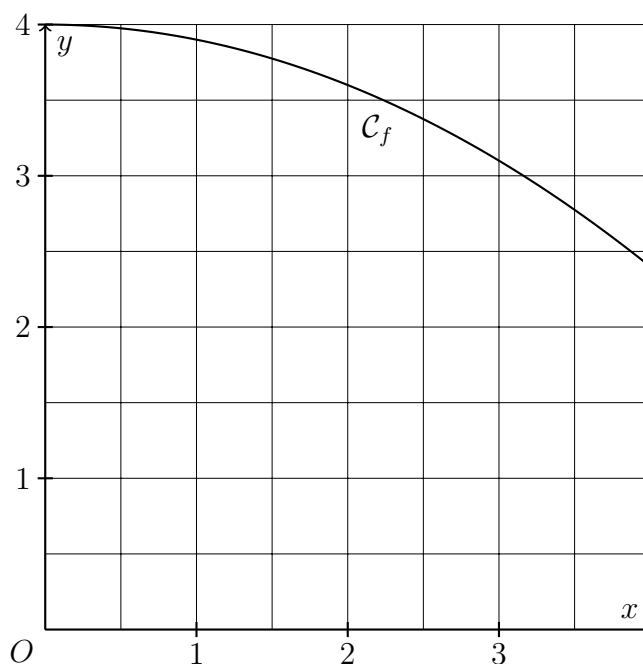
Exercice 1 (Définition et variations – 5 points)

1. Dans chaque cas suivant, calculer (en détaillant) le terme demandé de la suite donnée :
 - (a) Soit u telle que $u_n = -n^2 + 2n + 5$ pour $n \geq 0$. Que vaut le 3^e terme de la suite u ?
 - (b) Soit v telle que $v_1 = 2$ et $v_{n+1} = 5n - 2 + 3v_n$ pour $n \geq 0$. Que vaut v_2 ?
2. Soit u la suite définie par $w_n = 5 - \frac{3}{n+1}$ pour $n \geq 0$.
 - (a) Exprimer puis déterminer le signe de $w_{n+1} - w_n$.
 - (b) En déduire les variations de la suite w .

Exercice 2 (Représentation graphique – 3 points)

Soit u la suite définie par $u_0 = 1,5$ et pour tout $n \geq 0$ par $u_{n+1} = 4 - 0,1u_n^2$.

1. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = 4 - 0,1x^2$.
En complétant la figure avec tous les éléments supplémentaires nécessaires, construire graphiquement la représentation des quatre premiers termes de la suite u sur l'axe des abscisses.
2. Conjecturer alors le sens de variations de u .



Exercice 3 (Suites arithmétiques, géométrique ou quelconques – 5 points)

1. Dans chaque cas donné ci-après, effectuer les trois choses suivantes :
Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et u_n en fonction de n , puis déterminer les variations de u .
 - (a) La suite u est arithmétique de raison $r = -1$ et de premier terme $u_1 = 10$.
 - (b) La suite u est géométrique de raison $q = 5,1$ et de premier terme $u_0 = 0,3$.
2. La suite a définie par $a_0 = 3$ et, pour $n \geq 0$, par $a_{n+1} = 2a_n - 1$ est-elle arithmétique ?

Exercice 4 (Modélisation – 2 points)

Un petit bassin d'eau perd chaque jour 1% de son volume, mais on rajoute quotidiennement 20 L d'eau. Au premier jour, le volume du bassin est de 5 000 L.

On note V_n ($n \geq 1$) le volume du bassin au jour n , en litre.

Donner la valeur du premier terme V_1 puis déterminer l'expression de V_{n+1} en fonction de V_n .

Exercice 5 (Limites – 2 points)

Déterminer la limite de la suite ci-dessous en détaillant le raisonnement.

$$v_n = \frac{3 \sin(n) + 4}{n + 1}$$

Exercice 6 (Ajustement affine – 3 points)

Un apiculteur cherche à savoir combien il aura d'abeilles s'il possède quatorze ruches. Pour cela, il a relevé le nombre d'abeilles (en milliers) en fonction du nombre de ruches chez différents apiculteurs. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant.

Nombre de ruches	3	4	6	7	9
Nombre d'abeilles (en milliers)	88	107	181	223	321

1. Un ajustement affine est-il envisageable ? Justifier.
2. Quelle que soit la réponse précédente, on décide de faire un ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Donner l'équation de la droite, en arrondissant les coefficients à 10^{-3} près.
3. Déterminer alors la réponse au questionnaire de l'apiculteur.