Représentation des nombres

1. Binaire et opérations

Exercice 1
Donner les valeurs des nombres suivants en base 10 :

$$(1000)_2 \quad ; \quad (11011)_2 \quad ; \quad (10011101)_2$$

Exercice 2
Coder les nombres suivants en binaire :

$$(17)_{10} \quad ; \quad (64)_{10} \quad ; \quad (341)_{10}$$

Exercice 3
Calculer (en binaire) les expressions suivantes :

- $(1000)_2 + (11011)_2$
- $(11001101)_2 + (11100011)_2$
- $(101)_2 \times (11)_2$
- $(1110)_2 \times (101)_2$

Exercice 4
Si on se limite à un octet (8 bits) pour l'écriture des nombres, combien peut-on écrire de nombres en binaire ? Quelle est la valeur en base 10 du plus grand de ces nombres ?

2. Hexadécimal, autres bases

Exercice 5
Montrer de deux manières différentes que $(170)_{10} = (AA)_{16}$.

Exercice 6

1. Déterminer l'écriture binaire du nombre $(201)_{10}$.
2. Déterminer l'écriture hexadécimale du nombre $(201)_{10}$.
3. (Facultatif) Utiliser la réponse à la question 1 et la méthode du cours pour retrouver la réponse de la question 2.

Exercice 7
Pour chaque affirmation suivante, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier.
Corriger alors les affirmations fausses.

1. Un nombre occupe 8 fois moins de mémoire s'il est représenté par des octets plutôt que par des bits.
2. Un nombre écrit en hexadécimal comporte 8 fois moins de chiffres qu'en binaire.
3. Un nombre pair a une écriture binaire qui se termine par un 0.
4. Un nombre pair a une écriture hexadécimale qui se termine par un 0.

Exercice 8

1. Quels sont les chiffres utilisés en base 7 ?
2. Convertir le nombre $(53)_7$ en base 10.
3. Convertir le nombre $(57)_{10}$ en base 7.

Exercice 9
Écrire en base 5 puis en base seize le nombre qui s'écrit 172 en base 10.

Exercice 10
Le nombre B3 est écrit en base seize. Écrire ce nombre en base deux puis en base cinq.

Exercices supplémentaires

Exercice 11
Convertir en base 10 les nombres suivants :

$$(0)_2 \qquad (10010)_2 \qquad (BAFF)_{16} \qquad (123)_8$$

Exercice 12
Convertir en base 2, en base 8 puis en base hexadécimale les nombres suivants exprimés en base 10 : 1, 5, 25, 35 et 130.

Exercice 13
Convertir en base 2 les nombres suivants : $(642)_8$ et $(BAC)_{16}$.

Exercice 14
convertir $(125)_6$ en base 7.

Exercice 15
Convertir $(F32)_{16}$ en base 9.

Exercice 16 (Vrai/Faux)
Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier.

1. Si l'écriture binaire d'un entier naturel termine par n zéros, alors cet entier est divisible par 2^n.
2. Sur n bits (maximum), on peut coder tous les entiers naturels strictement inférieurs à 2^n.

3. Entiers relatifs

Exercice 17
On code ici les entiers relatifs avec la méthode du complément à 2 sur 5 bits.

1. (a) Déterminer le codage de 5
   (b) Déterminer le codage de -2.
2. (a) De quel nombre `01010` est-il le code ?
   (b) De quel nombre `10101` est-il le code ?

Exercice 18
On code ici les entiers relatifs avec le complément à 2 sur 8 bits. Dans chaque cas, dans l'ordre :

- Déterminer le codage des deux nombres a et b ;
- Effectuer la somme (binaire) des deux codes obtenus en respectant la limite des 8 bits ;
- Obtenir l'entier dont la somme obtenue est le code, et vérifier qu'il s'agit bien de la somme de a et b.

1. $a = 35$ et $b = 65$
2. $a = -12$ et $b = 45$
3. $a = -84$ et $b = 29$
4. $a = -17$ et $b = -111$

4. flottants (float)

Exercice 19
Déterminer l'écriture dyadique de chacun des nombres suivants (pour les trois premiers, il y a deux méthodes possibles) :

1. 0,25
2. $\dfrac{11}{16}$
3. 3,625
4. $\dfrac{1}{3}$
5. $\dfrac{11}{15}$

Exercice 20
On utilise le pseudo-IEEE 754 sur 64 bits (voir le cours) pour coder les nombres flottants.

1. On souhaite coder le nombre $-4{,}5$.
   (a) Déterminer l'écriture dyadique de 4,5.
   (b) Obtenir alors l'écriture de 4,5 sous la forme binaire $(1,\ldots)_2 \times 2^n$.
   (c) Coder l'exposant n avec la méthode du complément à 2 sur 11 bits.
   (d) Déterminer alors le code de $-4{,}5$ avec le pseudo-IEEE 754 sur 64 bits.
2. Appliquer les mêmes étapes que précédemment pour le nombre 0,125.
3. (a) Quel est l'écriture binaire du nombre codé par `1000 0000 1010 1100 0000 ... 0000` ?
   (b) En déduire la valeur en base 10 de ce nombre.
4. Mêmes questions que précédemment avec le code `0111 1111 1110 1010 0000 ... 0000`.