

Propriétés sur les quadrilatères

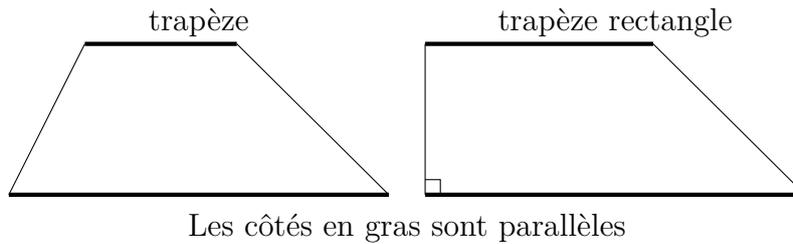


1. Définitions et conditions nécessaires

a. Trapèze

Définition Un **trapèze** est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles.

Remarque Un trapèze qui possède un angle droit est dit **rectangle**.

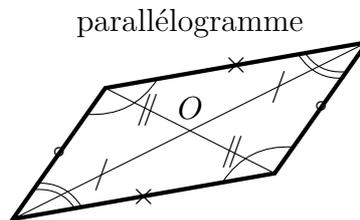


b. Parallélogramme

Définition Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux.

Propriétés

- **Si** un quadrilatère est un parallélogramme **alors** ses côtés opposés sont parallèles deux à deux.
- **Si** un quadrilatère est un parallélogramme **alors** ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur.
- **Si** un quadrilatère est un parallélogramme **alors** le point de concours de ses deux diagonales est son centre de symétrie.
- **Si** un quadrilatère est un parallélogramme **alors** ses diagonales se coupent en leur milieu.
- **Si** un quadrilatère est un parallélogramme **alors** ses angles opposés sont deux à deux de même mesure (et ses angles consécutifs sont supplémentaires).



O est le centre de symétrie
et les côtés opposés sont parallèles deux à deux

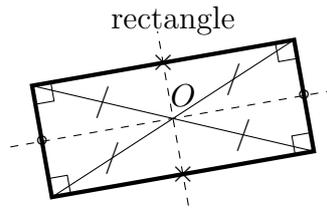
c. Rectangle

Définition Un **rectangle** est un quadrilatère qui a trois angles droits.

Propriétés

- **Si** un quadrilatère est un rectangle **alors** il a quatre angles droits.
- **Si** un quadrilatère est un rectangle **alors** c'est un parallélogramme (il en possède donc toutes les propriétés).
- **Si** un quadrilatère est un rectangle **alors** ses deux diagonales sont de même longueur.

- Si un quadrilatère est un rectangle **alors** il a deux axes de symétrie, les perpendiculaires à ses côtés en leur milieu.



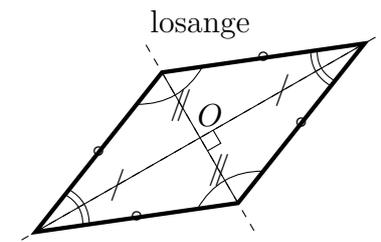
O est le centre de symétrie,
les droites en pointillés sont les axes de symétrie
et les côtés opposés sont parallèles deux à deux

d. Losange

Définition Un **losange** est un quadrilatère qui a ses côtés de même longueur.

Propriétés

- Si un quadrilatère est un losange **alors** il a quatre côtés de même longueur.
- Si un quadrilatère est un losange **alors** c'est un parallélogramme (il en possède donc toutes les propriétés).
- Si un quadrilatère est un losange **alors** ses deux diagonales sont perpendiculaires.
- Si un quadrilatère est un losange **alors** ses deux diagonales sont ses axes de symétrie.

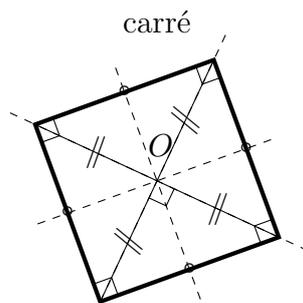


O est le centre de symétrie,
les droites en pointillés sont les axes de symétrie
et les côtés opposés sont parallèles deux à deux

e. Carré

Définition Un **carré** est un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange.

Propriété Si un quadrilatère est un carré **alors** il possède toutes les propriétés d'un rectangle et d'un losange (et donc d'un parallélogramme).



O est le centre de symétrie,
les droites en pointillés sont les axes de symétrie
et les côtés opposés sont parallèles deux à deux

Remarques

- Les rectangles, losanges et carrés sont des parallélogrammes particuliers.
- Un carré est un rectangle et un losange particulier.

2. Conditions suffisantes

a. Trapèze



Propriété | Si un quadrilatère possède deux côtés parallèles **alors** c'est un trapèze.

b. Parallélogramme



Propriétés |

- **Si** un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux **alors** c'est un parallélogramme.
- **Si** un quadrilatère a ses côtés opposés deux à deux de même longueur **alors** c'est un parallélogramme.
- **Si** un quadrilatère a deux de ses côtés opposés parallèles et de même longueur **alors** c'est un parallélogramme.
- **Si** un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu (c'est-à-dire un centre de symétrie) **alors** c'est un parallélogramme.
- **Si** un quadrilatère a ses angles opposés deux à deux de même mesure **alors** c'est un parallélogramme.

c. Rectangle



Propriétés | (en partant d'un quadrilatère)

- **Si** un quadrilatère a trois angles droits (au moins) **alors** c'est un rectangle.
- **Si** un quadrilatère a des diagonales de même longueur et qui se coupent en leur milieu **alors** c'est un rectangle.

Propriétés | (en partant d'un parallélogramme)

- **Si** un parallélogramme a un angle droit **alors** c'est un rectangle.
- **Si** un parallélogramme a des diagonales de même longueur **alors** c'est un rectangle.

d. Losange



Propriétés | (en partant d'un quadrilatère)

- **Si** un quadrilatère a quatre côtés de même longueur **alors** c'est un losange.
- **Si** un quadrilatère a des diagonales qui se coupent perpendiculairement et en leur milieu **alors** c'est un losange.

Propriétés | (en partant d'un parallélogramme)

- Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur **alors** c'est un losange.
- Si un parallélogramme a des diagonales perpendiculaires **alors** c'est un losange.

e. Carré



Propriétés | (en partant d'un quadrilatère)

- Si un quadrilatère a trois angles droits (au moins) et deux côtés consécutifs de même longueur **alors** c'est un carré.
- Si un quadrilatère a trois angles droits (au moins) et des diagonales perpendiculaires **alors** c'est un carré.
- Si un quadrilatère a des diagonales de même longueur et qui se coupent en leur milieu et deux côtés consécutifs de même longueur **alors** c'est un carré.
- Si un quadrilatère a des diagonales de même longueur et qui se coupent en leur milieu et perpendiculaires **alors** c'est un carré.
- Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange **alors** c'est un carré.

Propriétés | (en partant d'un parallélogramme)

- Si un parallélogramme a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur **alors** c'est un carré.
- Si un parallélogramme a un angle droit et des diagonales perpendiculaires **alors** c'est un carré.
- Si un parallélogramme a des diagonales de même longueur et deux côtés consécutifs de même longueur **alors** c'est un carré.
- Si un parallélogramme a des diagonales de même longueur et perpendiculaires **alors** c'est un carré.

Propriétés | (en partant d'un rectangle)

- Si un rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur **alors** c'est un carré.
- Si un rectangle a des diagonales perpendiculaires **alors** c'est un carré.

Propriétés | (en partant d'un losange)

- Si un losange a un angle droit **alors** c'est un carré.
- Si un losange a des diagonales de même longueur **alors** c'est un carré.